

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ DE NANCY I

pour obtenir le grade de

DOCTEUR-INGÉNIEUR

par

Abdolhossein EMAMIAN

Ingénieur École Polytechnique de Téhéran

Ingénieur E. N. S. A. I. S.

SUJET

Étude Expérimentale du Frottement Interne et du Module d'Élasticité dans les Matériaux Composites

Soutenue publiquement le 21 Juin 1971 devant la Commission d'Examen

Membres du Jury :

Président : M. P. HORN

Examineurs : MM. L. A. SACKMANN

D. PAULMIER

J. GOSSE



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41551918_0014

THÈSE

présentée à

L'UNIVERSITÉ DE NANCY I

pour obtenir le grade de

DOCTEUR-INGÉNIEUR

par

Abdolhossein EMAMIAN

Ingénieur École Polytechnique de Téhéran

Ingénieur E. N. S. A. I. S.

SUJET :

Étude Expérimentale du Frottement Interne et du Module d'Élasticité dans les Matériaux Composites

Soutenue publiquement le 21 Juin 1971 devant la Commission d'Examen

Membres du Jury :

Président : M. P. HORN

Examineurs : MM. L.-A. SACKMANN
D. PAULMIER
J. GOSSE

Le présent travail a été effectué au Laboratoire de Mécanique de Nancy, sous l'égide de Monsieur le Professeur J. GOSSE, Directeur de l'Ecole. C'est grâce à son aide constante que nous avons pu mener notre travail à bien. Qu'il veuille trouver ici l'expression de notre reconnaissance et de nos plus vifs remerciements.

Nous exprimons notre profonde gratitude à Monsieur le Professeur P. HORN, Professeur de la Faculté des Sciences qui a bien voulu accepter de présider le jury.

Nous remercions très sincèrement Monsieur L.A. SACKMANN, Professeur de la Faculté des Sciences et Directeur de Laboratoire Hydraulique de Strasbourg, d'avoir répondu favorablement à notre invitation.

Nous remercions le Professeur D. PAULMIER d'avoir accepté de participer à notre jury.

Nous tenons à remercier tous les chercheurs du Laboratoire de Mécanique pour l'ambiance qu'ils ont su créer.

Notons que la collaboration de Monsieur D. GUITARD a été très précieuse et nous lui en sommes reconnaissants.

Nous remercions enfin, le Chef d'Atelier et tout le personnel technique, pour la qualité de leurs réalisations mécaniques ainsi que le dessinateur pour son aide technique.

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION

CHAPITRE I

I.1. Diverses méthodes existantes pour mesurer le frottement interne.	1
I.1.1. Méthode de torsion	2
I.1.2. Méthode de flexion	3
I.1.3. Méthode de traction-compression	5
I.2. Mécanismes d'amortissement dans les structures composites	7
I.3. Conclusion	8

CHAPITRE II

A. Méthode pendulaire basse fréquence	13
- Choix de la méthode	14
II. Etude théorique du mouvement pendulaire	14
II.1. Principe du système	14
II.1.1. Hypothèses	15
II.1.2. Energie du système	15
II.1.2.1. Energie cinétique du pendule	15
II.1.2.2. Energie cinétique du support	16
II.1.3. Energie potentielle du système	17
II.1.3.1. Energie potentielle du pendule	17
II.1.3.2. Energie potentielle du support	17
II.1.3.3. Energie potentielle de l'éprouvette	17
II.1.4. Equation du mouvement	18
II.1.4.1. Equation de Lagrange	19
II.1.4.2. Energie du pendule	22
II.1.4.3. Energie de l'éprouvette	22
II.1.4.4. Energie totale du système	23
II.2. Etude du frottement interne	24
II.2.2. Perte relative d'énergie W par cycle pour l'éprouvette	24
II.2.3. Principe de la méthode	25
II.2.4. Caractéristiques géométriques du système utilisé	26
II.3. Etude du module d'Young	29

B. Méthode en flexion libre	33
II.4. Etude théorique en vibration transversale	33
II.4.1. Etude théorique sur les éprouvettes composites	35
II.4.2. Le principe de la mesure	38
C H A P I T R E III	
A. Dispositif expérimental	40
III.1. Descriptif	40
III.2. Système de chauffage	41
III.3. Le système de mesure	42
III.3.1. Mesure du décrement des oscillations	42
III.4. Technique d'expérimentation	45
III.5. Précision des mesures	47
III.6. B. Méthode en flexion libre	50
III.7. Manipulations	52
III.7.1. Mode opératoire	52
III.7.2. Conditions expérimentales	52
C H A P I T R E IV	
A. Etude expérimentale sur pendule	54
IV.1. L'éprouvette aluminium armodur type A	55
IV.2. Frottement interne des éprouvettes A	56
IV.3. Eprouvette Nid d'abeille et aluminium type B	60
IV.4. Frottement interne dans les éprouvettes B	62
IV.5. Discussion sur les résultats obtenus avec les éprouvettes B	64
IV.6. Eprouvette Nid d'abeille et armodur type C	67
IV.7. Frottement interne dans les éprouvettes C	68
B. Etude expérimentale en flexion libre	69
IV.8. Evolution du frottement interne en fonction de la fréquence.	69
C O N C L U S I O N	71

NOTATIONS

a, b	: Coordonnées du point A, extrémité inférieure de l'éprouvette.
φ	: Angle que fait la tangente à la déformée en A avec la verticale
θ	: Amplitude angulaire du pendule.
h	: Distance du centre de gravité G du pendule au plan action du couteau.
x_G, y_G	: Coordonnées du centre de gravité du support.
M	: Masse du pendule.
m	: Masse du support (partie intermédiaire et appui de pendule).
I	: Moment d'inertie du pendule par rapport à l'axe passant B.
I_G	: Moment d'inertie du pendule par rapport à l'axe passant au centre de gravité G.
I_k	: Moment d'inertie du support par rapport à l'axe passant au centre de gravité k du support.
W	: Energie totale du système.
W_e	: Energie de l'éprouvette.
W_p	: Energie du pendule.
I_z	: Moment d'inertie de la section par rapport à la fibre neutre.
V_G	: Vitesse de translation du centre de gravité G du pendule.
V_k	: Vitesse de translation du centre de gravité k du support.
d	: Décrement des oscillations.
T_1	: Période du pendule simple.
T_2	: Période du pendule complexe.
l	: Longueur de l'éprouvette.
e	: Longueur de l'intermédiaire de l'éprouvette et de l'appui du pendule (support).

e_1 : Distance du centre de gravité de support par rapport au point A l'extrémité inférieure de l'éprouvette.

γ : $\gamma = 1 + \frac{3e}{2l}$

β : $\beta = 1 + \frac{3e_1}{2l}$

N : Nombre de périodes tel que $NT_1 = (N-1)T_2$.

E : Module d'élasticité.

CHAPITRE I

INTRODUCTION.

Le développement de l'aéronautique et de l'astronautique a imposé au cours des dernières années, l'utilisation des alliages légers en construction mécanique. Le courant s'est poursuivi dans le domaine des revêtements et des enveloppes par l'emploi de matériaux composites de type "sandwich" (nids d'abeille - stratifiés, etc...). Des considérations multiples ont guidé l'élaboration de ces matériaux, particulièrement la diminution de la masse spécifique et de la conductibilité thermique, tout en conservant de bonnes caractéristiques mécaniques. Ces dernières ne se limitent plus aux constantes élastiques du matériau (module d'YOUNG, coefficient de POISSON ...), mais englobent des propriétés telles que l'aptitude du matériau à absorber les vibrations. L'objet de notre thèse est l'étude expérimentale du frottement interne dans les matériaux composites sur une large gamme de fréquence. Comme le rappelle B.J. LAZAN (1) le nombre de publications relatives au frottement interne a suivi au cours de 50 dernières années une progression exponentielle. Les objectifs poursuivis dans les mesures de frottement interne sont multiples. Parallèlement à l'étude du comportement des matériaux, les physiciens du solide comme le souligne J.D. FAST (2) y voient un moyen puissant d'analyse de la structure du métal. Lorsque un matériau solide, réel, reçoit de la part de l'extérieur une énergie mécanique celle-ci se transforme en une énergie potentielle de déformation, en une énergie cinétique et en une énergie dissipée par le frottement interne. Comme le souligne FRENCHENTHAL (3) un matériau purement élastique ne dissipe aucune énergie. Le frottement interne est donc caractéristique d'un comportement inélastique du matériau.

I.1. DIVERSES METHODES EXISTANTES POUR MESURER LE FROTTEMENT INTERNE.

Pour accéder à la mesure du frottement intérieure plusieurs techniques sont réalisées. La figure n°1 montre les différents types de sollicitations imposées aux éprouvettes.

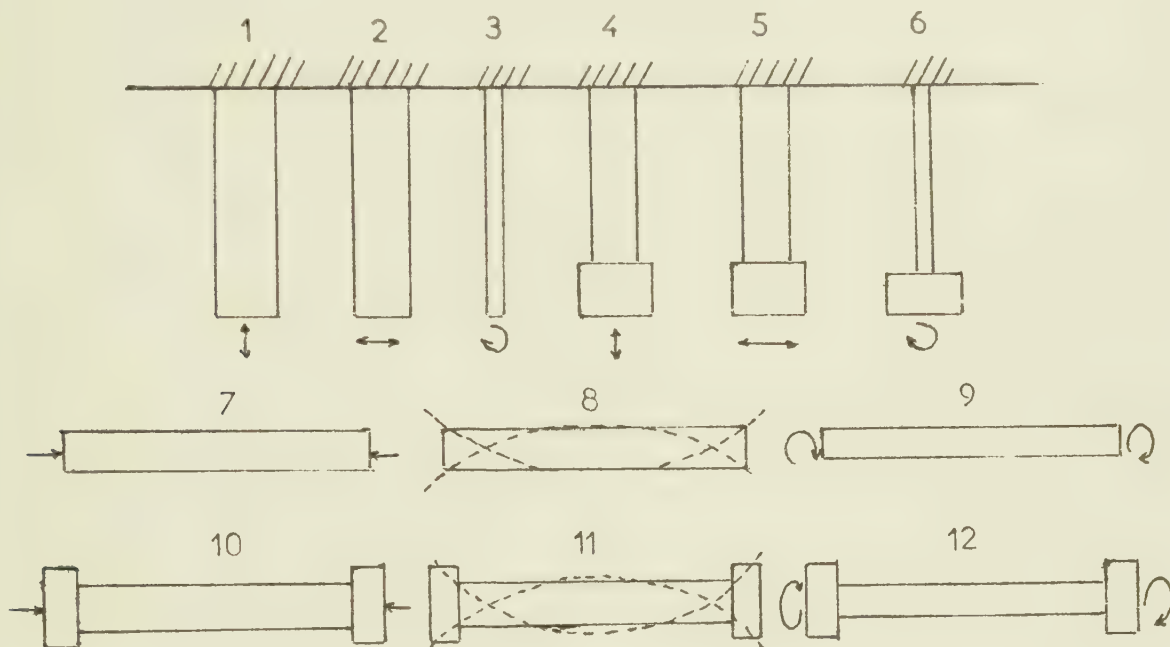


Fig. 1.

Les 6 premiers cas correspondent à des essais dans lesquels une extrémité de l'éprouvette est fixée par un encastrement. La principale objection à ces dispositifs est la nécessité de contrôler l'énergie mécanique dissipée au niveau de l'encastrement. Pour les solutions 7 à 12 le problème de l'encastrement est élué, mais des difficultés nouvelles apparaissent du fait de l'influence de la suspension des éprouvettes, capable d'une perte d'énergie.

Les différentes méthodes de mesure du frottement interne peuvent être classées d'après les trois types de sollicitation imposées aux éprouvettes.

- torsion
- flexion
- traction-compression

I.1.1. METHODE DE TORSION.

Pour opérer à basse fréquence (0,1 à 10 Hertz), on utilise généralement des pendules de torsion; les éprouvettes ayant la forme de fils ou de lames de faible épaisseur. Les objections sont relatives à des phénomènes parasites sur l'éprouvette dus, soit au poids du volant d'inertie qui permet d'obtenir la fréquence, soit à la torsion elle-même. Pour éviter des dilatations et pour la mesure précise des périodes et du frottement interne J de FOUQUET (4) a utilisé un pendule de torsion inversé (fig.2), il a choisi des lames de section rectangulaire de l'ordre de 0,7 mm à 1 mm x 10 mm et de longueur utile 50 à 100 mm.

Le décrement de l'éprouvette se déduit de la relation :

$$\delta_e = \delta'_g + (K'-1)(\delta'_g - \delta_1) + (K''-1)(\delta_g - \delta_1)$$

où δ_e : décrement propre à l'éprouvette

δ_1 : décrement du fil de suspension du volant

δ_g : décrement du pendule lorsque le fil inférieur est rendu solidaire du bâti

δ'_g : décrement global du pendule

avec

$$K' = \frac{1}{1 - \left(\frac{T_2}{T_3}\right)^2} - \frac{1}{1 - \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2}$$

$$K'' = \frac{1}{1 - \left(\frac{T_3}{T_2}\right)^2} - \frac{1}{1 - \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2}$$

où

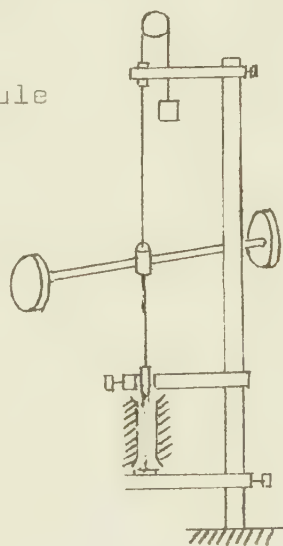


Fig.2

T_1 : est la période d'oscillation du volant, fil inférieur libre.

T_2 : période d'oscillation, fil inférieur solidaire du bâti

T_3 : période d'oscillation, fil inférieur solidaire de l'éprouvette.

Les méthodes des pendules de torsion sont utilisées par bon nombre d'expérimentateurs.

- G. COLETTE (5) et H. FUNAKUBO (5) ont utilisé un pendule de torsion pour l'étude de l'augmentation transitoire de frottement intérieur observé sur des cuivres de différentes puretés après recuit et trempe. Les éprouvettes se présentent sous la forme de lames de dimensions suivantes : 120 mm x 11 mm x 0,8 mm.

- G. SAADA (6) a choisi principe du pendule de COLETTE et FUNAKUBO pour mesurer l'influence de l'amplitude de déformation sur le frottement intérieur d'éprouvettes métalliques.

- Francis DABUSI (7) établit son étude de l'influence de la pureté de fer sur l'amortissement interne à l'aide d'un pendule de torsion en basse fréquence (0,4 Hertz) avec des fils de 32/100 mm de diamètre et longs de 25 cm. Il a exprimé, l'amortissement par la quantité $Q^{-1} = \frac{\delta}{\pi}$, δ étant le décrement logarithmique des oscillations libre du pendule.

- G. J.W. KUR (8) a adapté le pendule de KE (9) pour mesurer le frottement intérieur dans les aciers de pureté technique. Il a utilisé des fils de section carrée de 1 mm².

- Jacques HILLAIRET (10), Jean DELAPLACE (10), Alain SILVENT (10) ont choisi le principe du pendule de COLETTE pour étudier le frottement intérieur d'alliages fer-aluminium à forte teneur en aluminium.

- ASHMARIN (11) a utilisé un pendule de torsion pour mesurer le frottement interne des alliages de fer-vanadium à haute température (jusqu'à 650°C). La fréquence d'oscillation est 1 Hertz, les éprouvettes sont des fils de 0,7 mm de diamètre et 300 mm de longueur.

- Signalons aussi, T.S. KE dont le principe de son montage a été repris en U.R.S.S. par V.S. POSTNIKOV (12) et YU.V. FIGUROV (12).

- J. DELATTE (13) a réalisé un pendule travaillant à une fréquence plus élevée que les pendules classique du type KE. Cet appareil fonctionne à la fréquence d'environ 10 cycles/sec, et on peut utiliser jusqu'à 20 et même 30 cycles/sec.

I.1.2. METHODE DE FLEXION.

Dans cette méthode, une lame élastique est sollicitée en flexion alternée, la variation de fréquence est comprise entre quelques dizaines de hertz et 1 kilo hertz, la flexion avec encastrement rigide a été utilisée pour les fréquences inférieures et la flexion libre sur appuis placés aux noeuds pour les fréquences plus élevées.

- pendule de flexion.

Dans ce type de sollicitation l'éprouvette est disposée verticalement et encastrée à l'extrémité supérieure, à l'extrémité inférieure de l'éprouvette sont disposés les couteaux du pendule. De tels dispositifs ont été utilisés par LE ROLAND et SORIN (14), E. PLEINARD (15) D. GUITARD (16). Une autre version de ce pendule a été mise au point par M. GIET (17). L'éprouvette verticale est encastrée aux deux extrémités, la flexion alternée est produite par une plate-forme (solidaire du centre de l'éprouvette) sur laquelle on dispose deux pendules à couteau.

- flexion libre.

L'éprouvette est placée horizontalement sur deux appuis, elle est excitée à sa fréquence de vibration propre, lorsque l'excitation est supprimée le frottement interne se déduit de l'amortissement des oscillations. La flexion libre nécessite une fixation suffisamment souple, positionnée sous les noeuds de vibration, quand le frottement est faible. Pour éliminer l'amortissement dû à l'air, il devient indispensable d'opérer sous vide. La modification des dimensions de l'éprouvette (largeur épaisseur, surtout longueur) permet de faire varier la fréquence dans une gamme assez large).

Les expérimentateurs qui ont utilisé cette méthode sont dénombrés ici :

- J. de FOUQUET a réalisé un appareil de mesure du module d'élasticité et du frottement intérieur en vibrations libres, fonctionnant sous vide la température variant entre -196° et $+700^{\circ}\text{C}$, à des fréquences de l'ordre de quelques centaines de Hertz.
- N.P. VINH TUONG (18) et P. SORIN (18) ont utilisé un appareil de mesure du module complexe de YOUNG et de l'amortissement des matériaux viscoélastiques par flexions alternées. La fixation de l'éprouvette est réalisée par une paire de mors cylindriques qui maintiennent en son milieu l'éprouvette Fig.(3). Une système d'excitation permet dans certaines conditions de faire vibrer l'éprouvette de 3 à 20.000 hertz d'une façon continue.

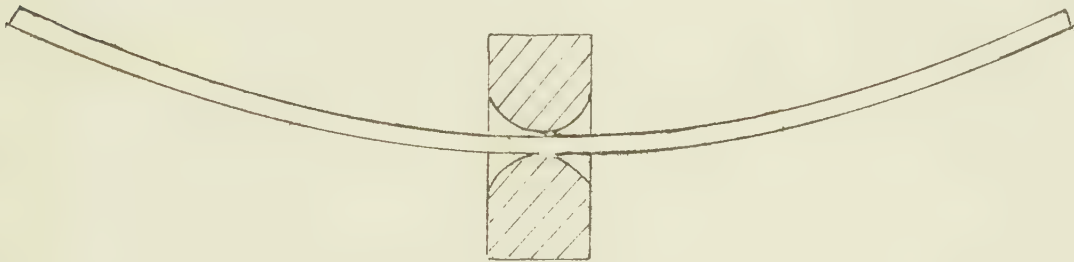


Fig. 3.

- UBERST (19) a réalisé un appareil tel que, l'éprouvette est une poutre encastrée d'une extrémité et disposée verticalement.
- Pour BLAND (20), l'éprouvette est encastrée à une extrémité et disposée horizontalement.

1.1.3. METHODE DE TRACTION - COMPRESSION.

Les plus hautes fréquences sont obtenues par vibration longitudinale, l'éprouvette étant excitée en traction-compression. L'éprouvette suspendue par deux fils (méthode FORSTER (21) ou fixée en son milieu (méthode CABARAT (22)). La fréquence de vibration est donnée dans l'approximation du solide élastique par la relation

$$N = \frac{1}{2l} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \left(1 + \frac{\pi v d}{\lambda \sqrt{2}}\right)^{-1}$$
 où l représente la longueur de l'éprouvette et d son diamètre. λ la longueur d'onde de la vibration et v le coefficient de POISSON, E module d'élasticité, ρ masse spécifique.

- J. de FOUQUET utilise un tel appareil pour mesurer le frottement intérieur par la méthode de traction-compression, fonctionnant sous vide entre -196°C et 600°C . Il a utilisé des éprouvettes 150 mm de longueur et 8 mm de diamètre, fixées en leur milieu et excitées par une méthode capacitive. Le réglage de la tension d'excitation permet de mesurer le frottement intérieur en utilisant l'harmonique 3. Ce qui pour le fer et les dimensions indiquées correspond aux fréquences respectives de 16,6 et 49,8 kilohertz.

- Dans l'appareil FORSTER, l'éprouvette est suspendue horizontalement par deux fils dont l'un est lié à l'excitateur à quartz et l'autre sert de liaison à un quartz utilisé comme récepteur.

- Henri LOISEAU (23) a choisi la méthode de vibration longitudinale d'un barreau cylindrique de grande longueur relative pour mesurer l'amortissement interne et module d'YOUNG du matériau.

- S.O. TSOKALLO (24) a conçu un appareil dont le principe est basé sur la méthode de traction pour étudier la structure du métal, par mesure d'amortissement d'oscillations. Les éprouvettes sont cylindriques de 35 mm longueur et suspendues par deux points, pour des essais intraction il a adapté le principe de l'appareil de GAGARIN (25).

1.2. MECANISMES D'AMORTISSEMENT DANS LES STRUCTURES COMPOSITES

E.M. KERWIN (26) a étudié les mécanismes d'amortissement des structures composites. Il a analysé la dissipation d'énergie de vibration par rapport aux éléments composants de la structure. Les matériaux viscoélastiques ont une large application dans l'amortissement due à la structure. En utilisant les matériaux viscoélastiques il y a deux mécanismes d'amortissement importants:

- déformation par extension et celle par cisaillement.

On les nomme respectivement couche viscoélastique libre et contrainte.

Les mécanismes d'amortissement qui sont utiles pour étudier les structures des matériaux composites s'appellent macromécanismes ils comprennent des systèmes hétérogènes. Nous sommes intéressés particulièrement par ces systèmes qui ont des composants ou des parties reconnaissables dans lesquels a lieu la dissipation de l'énergie vibratoire. De cette façon nous pouvons appliquer la définition énergétique d'amortissement aux structures comme elle a été appliquée aux matériaux.

On définit η coefficient de perte de structure, comme suit :

$$\eta = \frac{\Delta W}{2\pi W}$$

où ΔW = énergie dissipée dans le système par cycle de vibration

W = énergie de vibration du système.

- Base viscoélastique amortissement d'extension et cisaillement.

Parmi les nombreuses possibilités de classer les différents mécanismes d'amortissement qu'utilisent les matériaux viscoélastiques, on a choisi de commencer ici par la description de deux des bases principales. Ce sont les couches viscoélastiques libres et les couches viscoélastiques contraintes. Ces deux manières d'opérer sont présentées par la section de la figure (44) sur une plaque de métal ou une poutre.

- Couche viscoélastique libre et contrainte.

La couche viscoélastique libre présentée à la Fig.(4a) dépense de l'énergie dans la déformation d'extension et de compression du

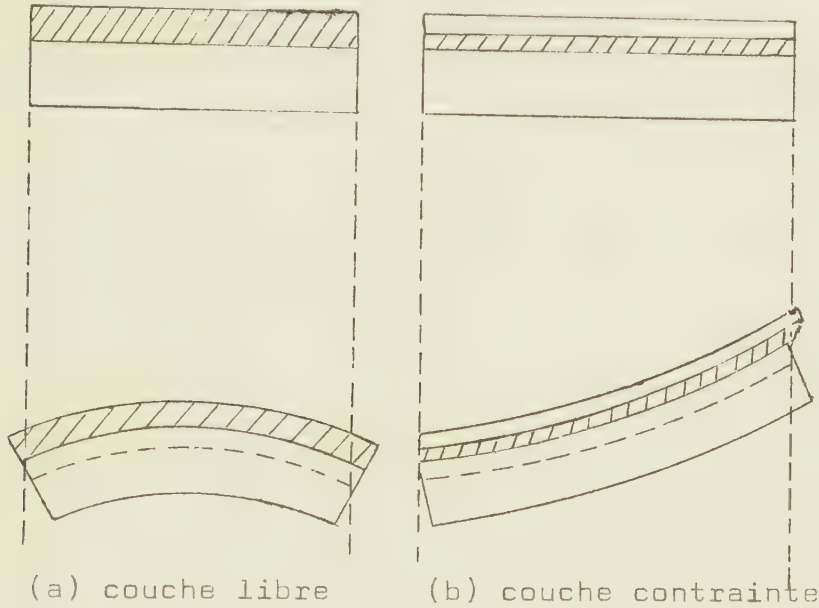


Fig 4

matériaux viscoélastique quand la structure à laquelle elle est appliquée subit des déformations en courbe. La couche viscoélastique libre a été analysée par UBERST et LIENARD . Il apparaît que la théorie décrit suffisamment les possibilités de la couche uniforme du matériau viscoélastique appliqué à des poutres et à des plaques de métal cela est valable pour dire si la couche viscoélastique libre répond plus ou moins localement. C'est ainsi que la déformation dans la couche viscoélastique dépend principalement de la déformation locale (courbure) de la surface à laquelle elle est appliquée. Sur la figure (4b) on voit que dans le type d'amortissement des couches viscoélastiques contraintes, le matériau viscoélastique est déformé en cisaillement plutôt qu'en traction. Ce type de traitement a été analysé et on a remarqué un bon accord entre la théorie et l'expérience.

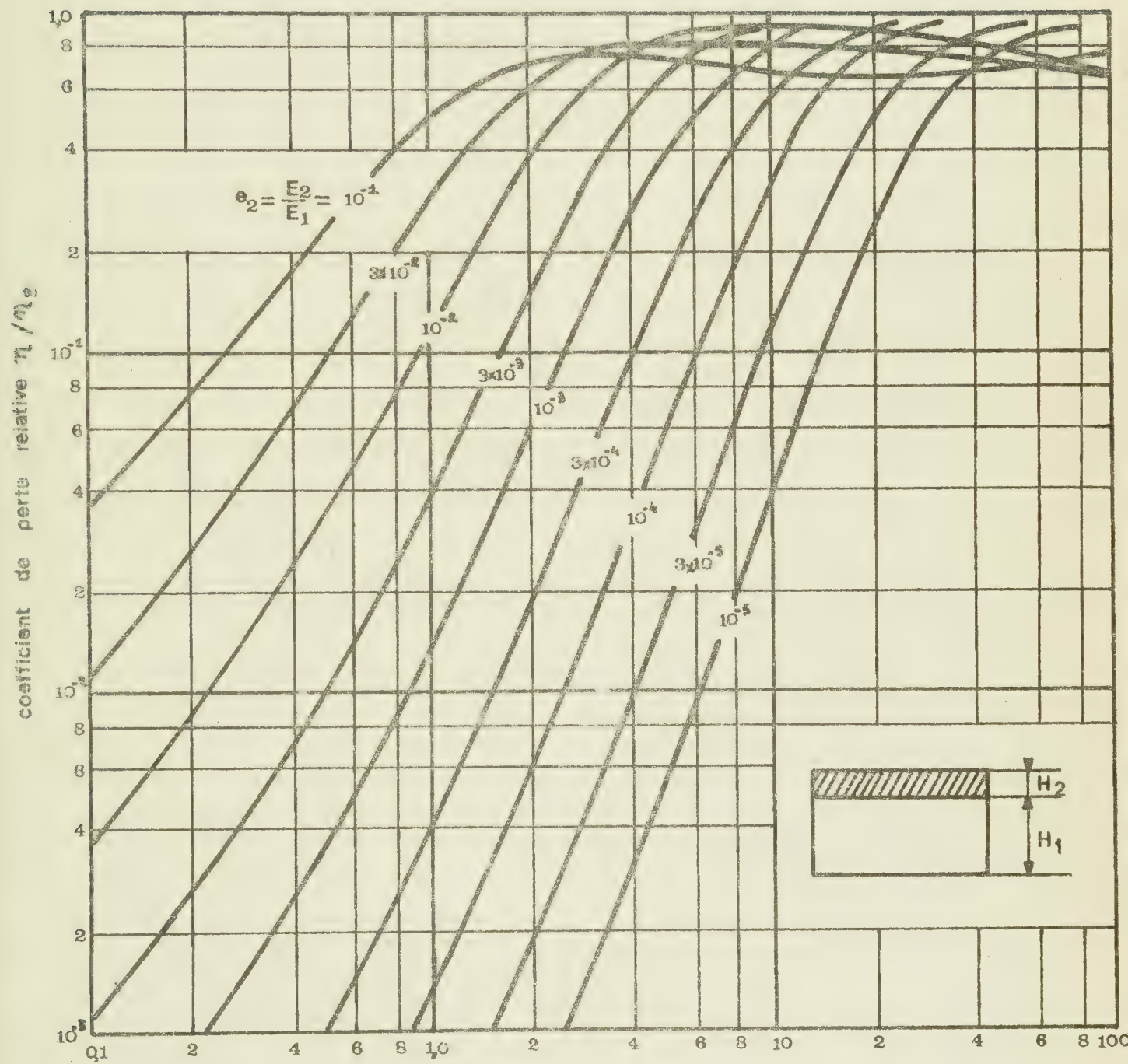


Fig 5 Epaisseur relative de la couche d'amortissement $h_2 = H_2 / H_1$

- Comportement de la couche viscoélastique libre.

Considérons une vaste structure avec une couche viscoélastique libre. L'effet d'amortissement d'une couche viscoélastique libre est tel qu'indiqué par la figure (5). Ici nous voyons que le coefficient de perte relatif η/η_2 (le rapport du coefficient de perte de la structure avec celui du matériau viscoélastique) est calculé comme une fonction de H_2/H_1 (l'épaisseur de la couche d'amortissement par rapport à celle de la plaque de métal). Le paramètre de la courbe est le rapport entre le module élastique E_2 du matériau viscoélastique et celui de la plaque de métal ou de la poutre E_1 . Dans un domaine d'intérêt pratique considérable, notamment celui pour $\frac{E_2}{E_1} = 10^{-2}$, la figure (5) montre que le coefficient de perte relatif est approximativement proportionnel au carré de l'épaisseur relative et à la première puissance du module d'élasticité relatif.

$$\eta/\eta_2 \sim (E_2/E_1)(H_2/H_1)^2$$

tandis que cette relation est utile comme point de repère pour l'échelle. La principale conclusion de l'analyse de la couche viscoélastique libre est que pour obtenir le coefficient de perte maximum on doit chercher un matériau d'amortissement avec le coefficient de perte maximum. C'est à dire le produit du module d'élasticité et du facteur de perte (E_2, η_2) ce résultat très significatif a servi de point de repère pour le développement de matériaux efficaces.

- Comportement de la couche viscoélastique contrainte.

Un système général de la couche viscoélastique contrainte est présenté à la figure (6). Il comprend deux principaux éléments élastiques 1 et 3 et un élément viscoélastique 2, interposé entre les deux premiers. Le système présenté représente une poutre avec un système de couche contrainte. Ainsi nous remarquons en rapport avec la figure (4) que l'élément de base peut aussi bien être une plaque de métal, et que le système peut s'étendre dans deux dimensions. La re-

paramètres pour sa description que ne le fait le système de la couche libre.

Les paramètres demandés pour décrire l'aspect dynamique du système sont les suivants :

$$G_2^* = G_2(1+i\beta)$$

module complexe de cisaillement du matériau viscoélastique.

w = surface de section

B = rigidité de flexion de chaque couche

K = rigidité d'extension de chaque couche

H_{31} = distance entre les plans neutres des couches élastique 1 et 3.

$p = \frac{2\pi}{\lambda}$ nombre d'ondes de flexion (λ longueur d'ondulation de flexion)

m = système de masse par unité de longueur.

Ces différents paramètres du système peuvent être groupés pour former deux paramètres majeurs décrivant le traitement du système

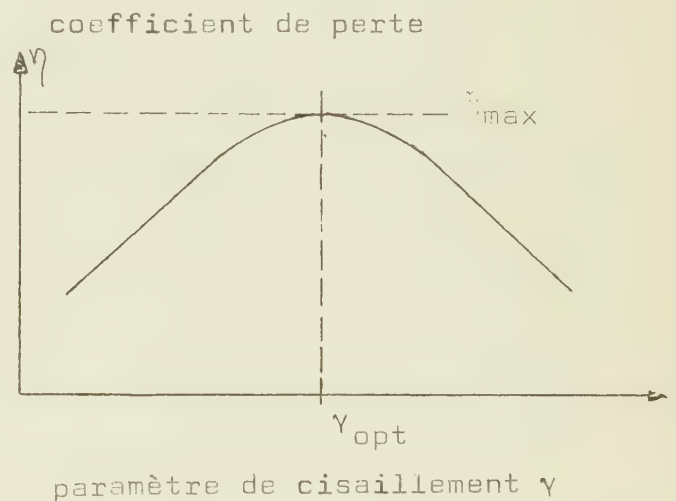
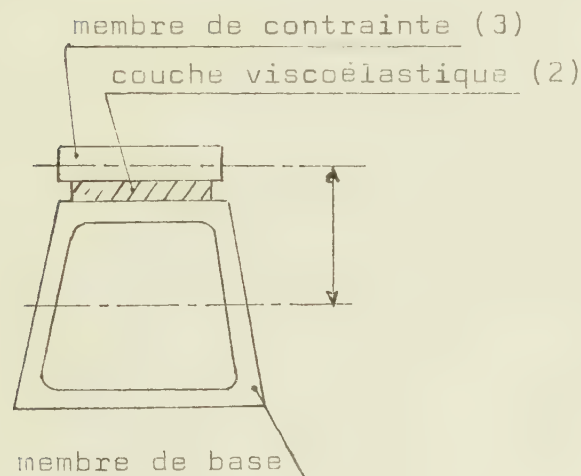


Fig 6

Paramètre géométrique :

$$Y = H_{31}^2 / [(B_1 + B_3) (\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_3})]$$

Paramètre de cisaillement :

$$\gamma = \frac{G_2 w_2}{H_2 p^2} \left(\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_3} \right) = \frac{G_2 w_2}{2\pi f H_2} \left(\frac{B}{m} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_3} \right)$$

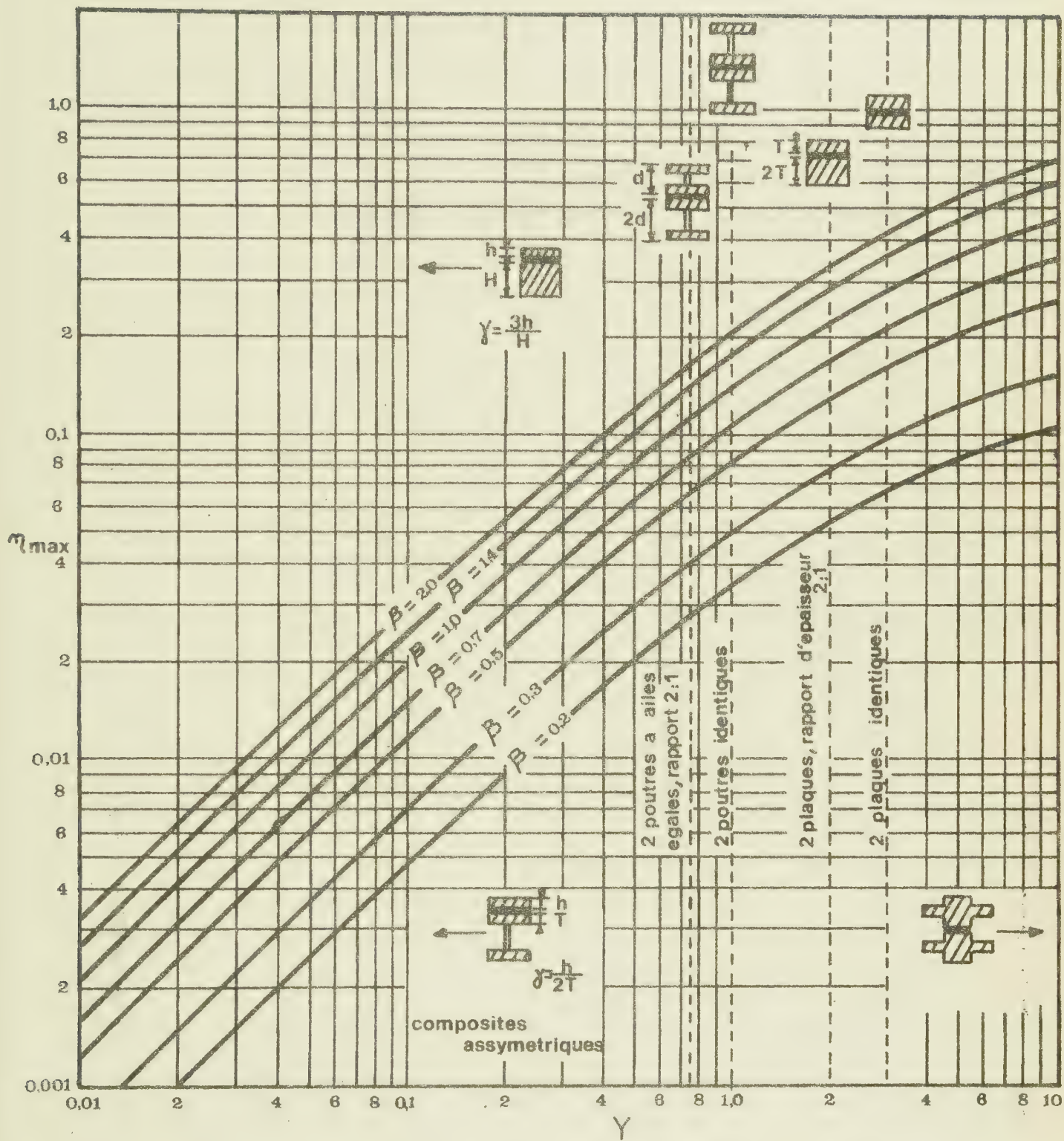


Fig 7 Maximum d'amortissement de la couche contrainte en fonction du parametre geometrique

Le paramètre géométrique Y dépend de la rigidité d'extension et de flexion et de la hauteur H_{31} séparation entre les plans neutres des couches 1 et 3. Le paramètre de cisaillement dépend du module de cisaillement, de la largeur et de l'épaisseur de la couche viscoélastique du nombre d'onde et de la rigidité d'extension des parties élastiques. Le coefficient de perte η pour le système peut être simplement énoncé comme une fonction du paramètre de cisaillement γ , comme il est schématisé sur la figure (6) le coefficient de perte atteint sa valeur maximum à $\gamma = \gamma_{opt}$ ce paramètre de cisaillement optimum est déterminé par le paramètre géométrique et par le coefficient de perte β du matériau viscoélastique comme suit :

$$\gamma_{opt} = \left[(1+Y)(1+\beta^2) \right]^{-\frac{1}{2}}$$

la grandeur du facteur de perte maximum est définie par les mêmes paramètres, notamment par le paramètre géométrique Y et le coefficient de perte du matériau β et par γ_{opt} qui est aussi une fonction de ces deux quantités.

$$\eta_{max} = \beta Y (2 + Y + 2/\gamma_{opt})^{-1}$$

I.3. C O N C L U S I O N :

Les appareils industriels mesurant les caractéristiques élastiques et les amortissements des matériaux viscoélastiques sont nombreux et très différents les uns des autres en ce qui concerne les méthodes des mesures et les formules. Le but de notre recherche rend compte des mesures de frottement interne et module d'élasticité (module d'YOUNG) effectuées sur des matériaux composites au Laboratoire de Mécanique de l'E.N.S.E.M.

Nous avons choisi deux méthodes :

- pendule de flexion :

Pour mesurer le module d'élasticité et le frottement interne en fonction de la température, sur des éprouvettes composites constituées de deux tôles d'aluminium ou d' armodur (matière plastique) collées avec de l'araldite sur les deux faces d'une ame "Nid d'abeille".

- flexion en vibration transversale :

Pour étudier l'évolution du frottement interne en fonction de la fréquence. Les éprouvettes utilisées sont formées de deux tôles d'aluminium de 2 mm d'épaisseur, collées avec de l'araldite de chaque côté d'une feuille d'armodur de 1 mm d'épaisseur, les éprouvettes ainsi obtenues ont sensiblement 5 mm d'épaisseur et 25 mm de largeur.

A- METHODE PENDULAIRE BASSE FREQUENCE

CHOIX DE LA METHODE.

L'objet de notre recherche étant de mesurer l'évolution du frottement interne en fonction de la température dans les matériaux composites, il est important de noter que les éprouvettes ne se prêtent pas à une mignaturisation (épaisseur minimum de 5 mm dans le meilleur des cas) de plus, les matériaux étudiés étant parfois non homogènes et anisotropes il est nécessaire de fixer parfaitement le type de sollicitation imposé. Nous avons choisi de travailler en flexion alternée. La méthode monopendulaire de E. PLEINARD (15) ayant été adaptée à des mesures de ce type au Laboratoire de Mécanique de l'E.N.S.E.M. par D. GUITARD (16), il est apparu qu'une amélioration du dispositif de mise en température des échantillons, ne pouvait se faire sans quelques modifications du principe du pendule. En accord avec D. GUITARD, nous avons transformé la liaison entre l'éprouvette et le pendule, afin d'améliorer l'isolement thermique vers l'extérieur de l'éprouvette à l'intérieur du four. Nous présentons d'abord l'étude théorique du pendule modifié, nous verrons ensuite les aménagements technologiques qui en découlent et en particulier le nouveau dispositif de régulation thermique.

II. ETUDE THEORIQUE DU MOUVEMENT PENDULAIRE.II.1. Principe du système

Nous nous proposons d'étudier le mouvement d'un pendule composé :

- D'une lame élastique UA
- D'un support liaison entre la lame et le pendule AB
- D'un pendule simple (BG)

Fig(8).

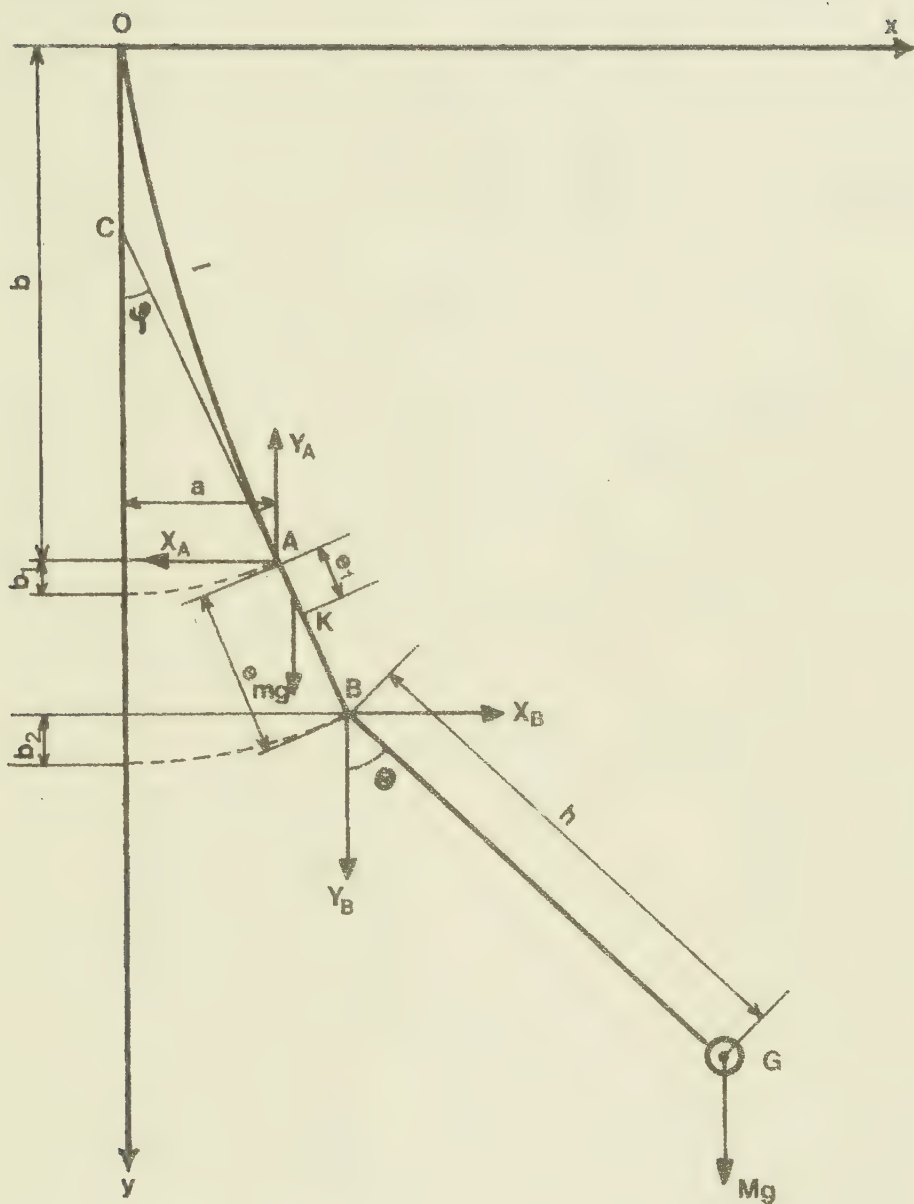


Figure 8

II.1.1. HYPOTHESES.

La lame élastique est supposée encastrée en (O) dans le châssis et en A dans la pièce-support. Elle est soumise de la part de cette dernière en A à une force $\vec{F}(X_A, Y_A, 0)$ ainsi qu'à un moment fléchissant $\vec{M}_A(0, 0, m_A)$. On admet que le pendule qui est lié au support par des cou-
teaux ne soumet ce dernier qu'à une force résultante $F_B(X_B, Y_B, 0)$ sans moment fléchissant.

II.1.2. ENERGIE DU SYSTEME.

On suppose que la masse de l'éprouvette est négligeable que le centre de gravité du pendule est en G et celui du support (intermédiaire entre mâchoire inférieure et appui de l'étrier) est en K Fig(8) soit E_1 l'énergie cinétique du pendule et E_2 celle du support, l'énergie cinétique du système $E_c = E_1 + E_2$ (1)

II.1.2.1. ENERGIE CINETIQUE DU PENDULE.

L'énergie cinétique s'écrit :

$$E_1 = \frac{1}{2} M V_G^2 + \frac{1}{2} I_G \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 \quad (2)$$

coordonnées de G

$$x_G = a + e \sin \varphi + h \sin \theta$$

$$y_G = b + e \cos \varphi + h \cos \theta$$

$$V_G^2 = \left(\frac{dx_G}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy_G}{dt} \right)^2$$

On dérive x_G et y_G par rapport à t

$$\frac{dx_G}{dt} = \dot{a} + e \dot{\varphi} \cos \varphi + h \dot{\theta} \cos \theta$$

$$\frac{dy_G}{dt} = \dot{b} - e \dot{\varphi} \sin \varphi - h \dot{\theta} \sin \theta$$

par suite

$$V_G^2 = (\dot{a} + e \dot{\varphi} \cos \varphi + h \dot{\theta} \cos \theta)^2 + (\dot{b} - e \dot{\varphi} \sin \varphi - h \dot{\theta} \sin \theta)^2$$

Cette expression est portée dans l'équation (2), en remplaçant V_G par son expression et on prend

$$I_G + M h^2 = I$$

$$E_1 = \frac{1}{2} M \dot{a}^2 + \frac{1}{2} M \dot{e}^2 \dot{\varphi}^2 + M \dot{a} \dot{e} \dot{\varphi} \cos \varphi + M h \dot{a} \dot{\theta} \cos \theta + M h \dot{e} \dot{\varphi} \dot{\theta} \cos \theta$$

$$\cos \varphi + \frac{1}{2} M \dot{b}^2 + M h \dot{e} \dot{\varphi} \dot{\theta} \sin \theta \sin \varphi - M \dot{b} \dot{e} \dot{\varphi} \sin \varphi - M h \dot{b} \dot{\theta} \sin$$

$$+ \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 \quad (3)$$

II.1.2.2. ENERGIE CINETIQUE DU SUPPORT.

On écrit l'énergie cinétique pour le support

$$E_2 = \frac{1}{2} m V_k^2 + \frac{1}{2} I_k \left(\frac{d\psi}{dt} \right)^2 \quad (4)$$

coordonnées k

$$x_k = a + e_1 \sin \varphi$$

$$y_k = b + e_1 \cos \varphi$$

On dérive x_k et y_k par rapport à t

$$\frac{dx_k}{dt} = \dot{a} + e_1 \dot{\varphi} \cos \varphi$$

$$\frac{dy_k}{dt} = \dot{b} - e_1 \dot{\varphi} \sin \varphi$$

D'où

$$V_k^2 = (\dot{a} + e_1 \dot{\varphi} \cos \varphi)^2 + (\dot{b} - e_1 \dot{\varphi} \sin \varphi)^2$$

En remplaçant V_k par son expression dans l'équation (4)

on obtient :

$$E_2 = \frac{1}{2} m \dot{a}^2 + \frac{1}{2} m e_1^2 \dot{\varphi}^2 + m e_1 \dot{a} \dot{\varphi} \cos \varphi + \frac{1}{2} m \dot{b}^2 - m e_1 \dot{b} \dot{\varphi} \sin \varphi + \frac{1}{2} I_k \dot{\varphi}^2 \quad (5)$$

L'énergie totale E du système est donnée par :

$$E_c = \frac{1}{2} (M+m) \dot{a}^2 + \frac{1}{2} (M\dot{\theta}^2 + m\dot{e}_1^2) \dot{\varphi}^2 + (Me + me_1) \dot{a} \dot{\varphi} \cos \varphi + M h \dot{a} \dot{\theta} \cos \theta + M h e \dot{\varphi} \dot{\theta} \cos \theta \cos \varphi + \frac{1}{2} (M+m) \dot{b}^2 + M h e \dot{\varphi} \dot{\theta} \sin \theta \sin \varphi - (Me + me_1) \dot{b} \dot{\varphi} \sin \varphi - M h \dot{b} \dot{\theta} \sin \theta + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} I_k \dot{\varphi}^2 \quad (6)$$

II. 1.3. ENERGIE POTENTIELLE DU SYSTEME.

L'énergie potentielle du système u est égal à la somme de l'énergie potentielle du pendule U_1 , celui du support U_2 et l'énergie emmagasinée de l'éprouvette We .

$$U = U_1 + U_2 + We \quad (7)$$

II.1.3.1. ENERGIE POTENTIELLE DU PENDULE.

L'énergie potentielle du pendule est égal

$$U_1 = -Mg y_G$$

on remplace y_G par son expression

$$U_1 = -Mg(b+e \cos \varphi + h \cos \theta) \quad (8)$$

II.1.3.2. ENERGIE POTENTIELLE DU SUPPORT.

L'énergie potentielle du support est égal

$$U_2 = -mg y_k$$

En remplaçant y_k par sa valeur

$$U_2 = -mg(b+e_1 \cos \varphi) \quad (9)$$

II.1.3.3. ENERGIE POTENTIELLE DE L'EPROUVETTE.

Le point A l'extrémité inférieure de l'éprouvette monte d'une quantité b_1

$$b_1 = l-b$$

Quand on suppose que seule agit la force X_A , perpendiculaire à l'extrémité de l'éprouvette on a $X_A = Ka$ et l'énergie potentielle élastique de l'éprouvette est égale à $\frac{1}{2} Ka^2$. Mais une force Y_A parallèle à l'éprouvette et le moment fléchissant agissent à l'extrémité inférieure

Le théorème des forces vives s'écrit ici :

$$dWe = dWex_1 + dWex_2$$

Wex_1 = travail de force extérieure X_A

Wex_2 = travail de force extérieure Y_A

We = Energie de l'éprouvette

$$dWex_1 = X_A da = K a da$$

Wex_2 est le travail fourni pour soulever de la pesanteur $(M+m)g$ si dy est le soulèvement élémentaire on a :

$$dWex_2 = -(M+m)g dy$$

$$dWe = K a da - (M+m)g dy$$

Intégrons pendant le parcours total (a) variant de (0) à (a) et $\int_0^t dy$ est le soulèvement de la tige égal b_1

On obtient :

$$We = \frac{1}{2} K a^2 - (M+m)g b_1$$

ou

$$We = \frac{1}{2} K a^2 - (M+m)g(1-b) \quad (10)$$

On remplace la valeur de U_1, U_2 et We dans l'équation (7).

En conclusion, l'énergie potentielle du système :

$$U = -Mg(b+e \cos \varphi + h \cos \theta) - mg(b+e_1 \cos \varphi) + \frac{1}{2} K a^2 - (Mg+mg)(1-b) \quad (11)$$

II.1.4. EQUATION DU MOUVEMENT.

Le problème comporte quatre inconnues :

- les coordonnées du point A(a,b)
- l'angle φ que fait la tangente à la déformée en A avec la verticale.

- L'inclinaison θ du pendule.

Il est nécessaire de disposer de quatre équations. Deux équations sont obtenues en supposant comme le fait la théorie de la résistance des matériaux que tout se passe comme si en première approximation le point A décrivait un cercle de rayon $CA = \frac{2}{3} l$.

D'où

$$a = \frac{2}{3} l \sin \varphi \quad (12)$$

$$b = l - b_1 = l - \left(\frac{2}{3} l - \frac{2}{3} l \cos \varphi \right) = \frac{1}{3} (1 + 2 \cos \varphi)$$

ou

$$b = \frac{1}{3} (3 - 4 \sin^2 \frac{\varphi}{2}) \quad (13)$$

II.1.4.1. EQUATION DE LAGRANGE.

On définit le lagrangien L par la relation $L = E - U$

C'est une fonction de φ, a, θ, b et de t .

Les équations de Lagrange s'écrivent :

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{a}} \right) - \frac{\partial L}{\partial a} = 0 \quad (14)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0 \quad (15)$$

Ces deux dernières équations adjointes à (12) et (13) permettent de résoudre complètement le problème.

$$\begin{aligned} L = & \frac{1}{2} (M+m) \dot{a}^2 + \frac{1}{2} (M+me_1) \dot{\varphi}^2 + (M+me_1) \dot{a} \dot{\varphi} \cos \varphi + M h \dot{a} \dot{\theta} \cos \theta \\ & + M h e \ddot{\varphi} \ddot{\theta} \cos \theta \cos \varphi + \frac{1}{2} (M+m) \dot{b}^2 + M h e \ddot{\varphi} \ddot{\theta} \sin \theta \sin \varphi - (M+me_1) \dot{b} \dot{\varphi} \sin \varphi \\ & - M h b \ddot{\theta} \sin \theta + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} I_K \dot{\varphi}^2 + M g b + M g e \cos \varphi + M g h \cos \theta \\ & + m g b + m g e_1 \cos \varphi - \frac{1}{2} K a^2 + (M g + m g) (1-b) \end{aligned}$$

On dérive L par rapport à a .

$$\frac{\partial L}{\partial a} = (M+m) \dot{a} + (M+me_1) \dot{\varphi} \cos \varphi + M h \dot{\theta} \cos \theta$$

On dérive $\frac{\partial L}{\partial a}$ par rapport à t.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{a}} \right) = (M+m) \ddot{a} + (Me + m e_1) \ddot{\varphi} \cos \varphi - (Me + m e_1) \dot{\varphi}^2 \sin \varphi +$$

$$M h \ddot{\theta} \cos \theta - M h \dot{\theta}^2 \sin \theta$$

D'autre part

$$\frac{\partial L}{\partial a} = -Ka$$

si bien que

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{a}} \right) - \frac{\partial L}{\partial a} = (M+m) \ddot{a} + (Me+m e_1) \ddot{\varphi} \cos \varphi - (Me+m e_1) \dot{\varphi}^2 \sin \varphi +$$

$$M h \ddot{\theta} \cos \theta - M h \dot{\theta}^2 \sin \theta + Ka = 0 \quad (16)$$

En dérivant L par rapport à $\dot{\theta}$:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = M h \dot{a} \cos \theta + M h e \dot{\varphi} \cos \theta \cos \varphi + M h e \dot{\varphi} \sin \theta \sin \varphi - M h \dot{b} \sin \theta + I \dot{\theta}$$

On dérive l'expression de $\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}}$ par rapport à t

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) = M h \ddot{a} \cos \theta - M h \dot{a} \dot{\theta} \sin \theta + M h e \ddot{\varphi} \cos \theta \cos \varphi - M h e \dot{\varphi} \dot{\theta} \sin \theta \cos \varphi -$$

$$M h e \dot{\varphi}^2 \cos \theta \sin \varphi + M h e \ddot{\varphi} \sin \theta \sin \varphi + M h e \dot{\varphi} \ddot{\theta} \cos \theta \sin \varphi +$$

$$M h e \dot{\varphi} \sin \theta \cos \varphi - M h \ddot{b} \sin \theta - M h \dot{b} \dot{\theta} \cos \theta + I \ddot{\theta}$$

On dérive relation de L par rapport à θ

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = -M h \dot{a} \dot{\theta} \sin \theta - M h e \dot{\varphi} \dot{\theta} \sin \theta \cos \varphi + M h e \dot{\varphi} \dot{\theta} \cos \theta \sin \varphi - M h \dot{b} \dot{\theta} \cos \theta$$

$$- M g h \sin \theta$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = & Mh\ddot{a} \cos \theta - Mh\dot{a}\dot{\theta} \sin \theta + Mhe\ddot{\varphi} \cos \theta \cos \varphi - Mhe\dot{\varphi}\dot{\theta} \sin \theta \cos \varphi \\ & - Mhe\ddot{\varphi} \cos \theta \sin \varphi + Mhe\dot{\varphi} \sin \theta \sin \varphi + Mhe\ddot{\theta} \cos \theta \sin \varphi \\ & + Mhe\dot{\varphi} \sin \theta \cos \varphi - Mh\ddot{b} \sin \theta - Mh\dot{b}\dot{\theta} \cos \theta + I\ddot{\theta} + m\dot{a}\dot{\theta} \sin \theta \\ & + Mhe\ddot{\theta} \sin \theta \cos \varphi - Mhe\dot{\theta} \cos \theta \sin \varphi + Mh\ddot{b} \cos \theta \\ & + Mgh \sin \theta = 0 \end{aligned} \quad (17)$$

Les valeurs de θ, φ, a , sont suffisamment petites pour qu'on puisse prendre $\sin \varphi \approx \varphi$, $\cos \varphi \approx 1$, $\sin \theta \approx \theta$, $\cos \theta \approx 1$ et pour négliger les infiniments petits d'ordre supérieur à l'unité en a, φ, θ , de l'équation (12) et (13) on obtient

$$\varphi = \frac{3a}{2l} \text{ et } b = l - \frac{3}{4} \frac{a^2}{l}$$

les dérivées premières et deuxièmes de φ et b seront :

$$\dot{\varphi} = \frac{3\dot{a}}{2l}$$

$$\dot{b} = -\frac{3}{2} \frac{a\dot{a}}{l}$$

$$\ddot{\varphi} = \frac{3\ddot{a}}{2l}$$

$$\ddot{b} = \frac{-3}{2l} (a\ddot{a} + \dot{a}^2)$$

si on admet que a et θ sont des fonctions sinusoïdales de pulsation ω_2 de telle sorte que :

$$\theta = \theta_0 \cos \omega_2 t \quad \dot{\theta} = -\omega_2 \theta_0 \sin \omega_2 t \quad \ddot{\theta} = -\omega_2^2 \theta_0 \cos \omega_2 t$$

$$a = a_0 \cos \omega_2 t \quad \dot{a} = -\omega_2 a_0 \sin \omega_2 t \quad \ddot{a} = -\omega_2^2 a_0 \cos \omega_2 t$$

dans l'équation (16) et (17) on remplace $\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, b, \dot{b}, \ddot{b}, a, \dot{a}, \ddot{a}, \theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$ par leurs expressions en fonction de a_0, θ_0 et $\omega_2 t$. On obtient :

$$(M+m)a_0 + \frac{3a_0}{2l} (Me+me_1) Mh\theta_0 - \frac{Ka_0}{\omega_2^2} = 0$$

$$\left[M \left(1 + \frac{3e}{2l} \right) + m \left(1 + \frac{3e_1}{2l} \right) \right] a_0 \omega_2^2 - K a_0 = - Mh \theta_0 \omega_2^2$$

On prend

$$M(1 + \frac{3e}{2l}) + m(1 + \frac{3e_1}{2l}) = M'$$

$$M' a_o \omega_2^2 - K a_o = -Mh \theta_o \omega_2^2 \quad (18)$$

$$M h a_o + Mh \cdot \frac{3e}{2l} a_o + I \theta_o - M g h \frac{\theta_o}{\omega_2^2} = 0$$

$$- M h a_o (1 + \frac{3e}{2l}) \omega_2^2 = (I \omega_2^2 - M g h) \theta_o$$

On prend

$$1 + \frac{3e}{2l} = \gamma$$

$$- M h \gamma a_o \omega_2^2 = (I \omega_2^2 - M g h) \theta_o. \quad (19)$$

D'où

$$\frac{a_o}{\theta_o} = \frac{-Mh \omega_2^2}{M' \omega_2^2 - K} = \frac{I \omega_2^2 - Mgh}{-Mh \gamma \omega_2^2} \quad (20)$$

II.1.4.2. ENERGIE DU PENDULE.

Lorsque le point B est fixé, l'énergie potentielle du pendule supposée nulle au passage par la position d'équilibre, serait pour $\theta = \theta_o$

$$W_p = \frac{1}{2} M g h \theta_o^2 \quad (21)$$

II.1.4.3. ENERGIE DE L'EPROUVETTE.

Dans l'équation (10) on remplace b par sa valeur

$$W_e = \frac{1}{2} K a_o^2 - \frac{3}{4} \frac{a_o^2}{l} (Mg + mg) \quad (22)$$

de l'équation (18) on tire :

$$K a_0 = M h \omega_2^2 \theta_0 + M' \omega_2^2 a_0$$

$$\frac{1}{2} K a_0^2 = \frac{1}{2} M h \omega_2^2 \theta_0 a_0 + \frac{1}{2} M' \omega_2^2 a_0^2$$

En portant cette valeur dans l'équation (22) on obtient

$$W_e = \frac{1}{2} M h \theta_0 a_0 \omega_2^2 + \frac{1}{2} M' \omega_2^2 a_0^2 - \frac{3}{4} \frac{Mg+mg}{1} a_0^2 \quad (23)$$

II.1.4.4. ENERGIE TOTALE DU SYSTEME.

Dans l'équation (6) on remplace $\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, b, \dot{b}, \ddot{b}, a, \dot{a}, \ddot{a}, \theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}$ par leur expression en fonction de $a_0, \theta_0, \omega_2, t$. On néglige les termes d'ordre d'infinitude supérieur à deux.

$$W = \frac{1}{2}(M+m)a_0^2 \omega_2^2 \sin^2 \omega_2 t + \frac{1}{2}(M e^2 + m e_1^2) \left(\frac{3a}{21}\right)^2 \omega_2^2 \sin^2 \omega_2 t +$$

$$\frac{3}{21} (Me+m e_1) a_0^2 \omega_2^2 \sin^2 \omega_2 t + M h a_0 \theta_0 \omega_2^2 \sin^2 \omega_2 t + M h e \frac{3a_0}{21} \theta_0 \omega_2^2 \sin^2 \omega_2 t$$

$$+ \frac{1}{2} I \theta_0^2 \omega_2^2 \sin^2 \omega_2 t + \frac{9a_0^2}{81^2} I_k \omega_2^2 \sin^2 \omega_2 t$$

lorsque $\sin \omega_2 t = 1$ l'équation ci-dessus donne l'énergie totale W du système.

On prend $1 + \frac{3e_1}{21} = \beta$ on obtient :

$$W = \frac{1}{2} M \gamma^2 a_0^2 \omega_2^2 + \frac{1}{2} m \beta^2 a_0^2 \omega_2^2 + M h \gamma a_0 \theta_0 \omega_2^2 + \frac{1}{2} I \theta_0^2 \omega_2^2 + \frac{9I_k}{81^2} a_0^2 \omega_2^2$$

L'équation (19) conduit à :

$$\frac{1}{2} I \omega_2^2 \theta_0^2 = \frac{1}{2} M g h \theta_0^2 - \frac{1}{2} M h \gamma a_0 \theta_0 \omega_2^2$$

En portant dans l'équation ci-dessus on a :

$$W = \frac{1}{2} M \gamma^2 a_0^2 \omega_2^2 + \frac{1}{2} M g h \theta_0^2 + \frac{1}{2} M h \gamma a_0 \theta_0 \omega_2^2 + \frac{1}{2} m \beta^2 a_0^2 \omega_2^2 + \frac{9I_k}{81^2} a_0^2 \omega_2^2 \quad (24)$$

II.2. ETUDE DU FROTTEMENT INTERNE.

II.2.1. DECREMENT DES OSCILLATIONS d.

C'est le rapport de la variation d'amplitude x de deux oscillations consécutives à la valeur moyenne de cette amplitude.

$$d = \frac{\frac{x_i - x_{i+1}}{2}}{\frac{x_i + x_{i+1}}{2}} = \frac{\Delta x}{x} \quad (25)$$

On considère quelquefois le décrement logarithmique

$$\Delta = \log_e \frac{x_i}{x_{i+1}} \text{ entre oscillations consécutives}$$

entre n oscillations

$$\Delta = \frac{1}{n} \log_e \frac{x_i}{x_{i+n}} \quad (26)$$

II.2.2. PERTE RELATIVE D'ENERGIE W_e PAR CYCLE POUR L'EPROUVETTE SEULE.

On considère la perte relative d'énergie W_e par cycle

$k = \frac{\Delta W_e}{W_e}$ dans laquelle W est l'énergie potentielle de l'éprouvette pour la déformation maximum et ΔW est l'énergie dissipée au cours d'un cycle effort-déformation par équation (22) on a :

$$W_e = \frac{1}{2} K a_0^2 - \frac{3}{4} (Mg+mg) \frac{a_0^2}{l}$$

$$\Delta W_e = \left(K a_0 - \frac{3}{2} (Mg+mg) \frac{a_0}{l} \right) \Delta a$$

$$k = \frac{\Delta W}{W} = \frac{2 \Delta a_0}{a_0} = 2 d \quad (27)$$

II.2.3. PRINCIPE DE LA METHODE.

- Perte relative, l'énergie du pendule avec éprouvette bloquée
 $k_1 = \frac{\Delta W}{W} = 2 d_1$, d_1 est le décrement des oscillations du pendule éprouvette $P_{bloquée}$.

- Variation de l'énergie par cycle du pendule avec éprouvette débloquée $k_2 = \frac{\Delta W}{W} = 2 d_2$

d_2 est le décrement des oscillations du pendule avec éprouvette débloquée.

- La perte d'énergie par cycle dans le pendule composé est égale à la somme des pertes d'énergie du pendule seul et celle par frottement interne de l'éprouvette :

$$\frac{\Delta W}{W} = \frac{\Delta(W_p + W_e)}{W} = \frac{\Delta W_p}{W} + \frac{\Delta W_e}{W} = \frac{\Delta W_p}{W_p} \cdot \frac{W_p}{W} + \frac{\Delta W_e}{W_e} \cdot \frac{W_e}{W}$$

$$2 d_2 = 2 d_1 \frac{W_p}{W} + k \frac{W_e}{W}$$

On trouve :

$$k = 2 d_2 \frac{W}{W_e} - 2 d_1 \frac{W_p}{W_e}$$

On peut représenter le frottement interne par la tangente de l'angle de déphasage entre les contraintes et les déformations lorsque le solide est soumis à des sollicitations sinusoïdales.

On peut montrer que l'évolution du frottement interne

$$\text{tg } \delta = \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta W_e}{W_e} = \frac{1}{2\pi} k$$

On calcule le rapport $\frac{W}{W_e}$ à partir des équations (23), (24)

$$\frac{W}{W_e} = \frac{\frac{1}{2} M \gamma^2 a_o^2 \omega_2^2 + \frac{1}{2} m g h \theta_o^2 + \frac{1}{2} M h \gamma a_o \theta_o \omega_2^2 + \frac{1}{2} m \beta^2 a_o^2 \omega_2^2 + \frac{9 I_k}{812} a_o^2 \omega_2^2}{\frac{1}{2} M h \theta_o a_o \omega_2^2 + \frac{1}{2} M' a_o^2 \omega_2^2 - \frac{3}{4} \frac{Mg+mg}{1} a_o^2}$$

ou

$$\frac{W}{W_e} = \frac{\frac{1}{2} (M \gamma^2 + m \beta^2 + \frac{9 I_k}{812}) (\frac{a_o}{\theta_o})^2 + M h \gamma (\frac{a_o}{\theta_o}) + \frac{M g h}{\omega_2^2}}{(M' - \frac{3}{2} \frac{Mg+mg}{1 \omega_2^2}) (\frac{a_o}{\theta_o})^2 + M h (\frac{a_o}{\theta_o})} \quad (29)$$

On calcule le rapport $\frac{W_p}{W_e}$ à partir des équations (21) et (23)

$$\frac{W_p}{W_e} = \frac{\frac{1}{2} M g h a_o^2}{\frac{1}{2} M h \theta_o a_o \omega_2^2 + \frac{1}{2} M' a_o^2 \omega_2^2 - \frac{3}{4} \frac{Mg+mg}{1} a_o^2}$$

ou

$$\frac{W_p}{W_e} = \frac{M g h / \omega_2^2}{(M' - \frac{3}{2} \frac{Mg+mg}{1 \omega_2^2}) (\frac{a_o}{\theta_o})^2 + M h \frac{a_o}{\theta_o}} \quad (30)$$

Dans les équations (29) et (30) tous les paramètres sont connus sauf $\frac{a_o}{\theta_o}$ et ω_2 dont les valeurs doivent être déterminées expérimentalement.

Soit T_1 la période du pendule avec éprouvette bloquée et T_2 période du pendule avec éprouvette débloquée. En appelant t_c le temps séparant deux coïncidences consécutives on a :

$$t_c = \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2} \quad \frac{T_1}{t_c} = \frac{T_1}{N T_1} = \frac{1}{N}$$

D'où

$$\omega_2 = \omega_1 \left(1 - \frac{1}{N}\right) \quad N = \frac{T_2}{T_2 - T_1}$$

La pulsation de pendule simple est :

$$\omega_1 = \frac{Mgh}{I}$$

Dans l'équation (20) on pose $\omega_1 = \frac{2\pi}{T_1}$

$$\frac{a_o}{\theta_o} = \frac{Mgh \left(1 - \frac{I}{Mgh} \omega_2^2\right)}{Mh\gamma \omega_2^2} = \frac{g \left(1 - \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2}\right)}{\gamma \omega_2^2}$$

soit :

$$\frac{a_o}{\theta_o} = \frac{g T_1^2}{4\pi^2 \gamma} \left(\frac{2N-1}{(N-1)^2} \right)$$

en remplaçant N par $\frac{T_2}{T_2 - T_1}$ on a :

$$\frac{a_o}{\theta_o} = \frac{g}{4\pi^2 \gamma} (T_2^2 - T_1^2) \quad (31)$$

et

$$\omega_2 = \frac{2\pi}{T_1} \left(\frac{N-1}{N} \right) = \frac{2\pi}{T_2} \quad (32)$$

CONCLUSION :

Il apparaît que connaissant les caractéristiques géométriques du pendule et de l'péroutte, en mesurant le décrement des oscillations du pendule éprouvette bloquée et éprouvette libre ainsi que la période des oscillations correspondantes, on déterminera le frottement interne

tg δ par :

$$\text{tg } \delta = \frac{1}{2\pi} \frac{\Delta W_e}{W_e} = \frac{1}{\pi} \left[d_2 \frac{W}{W_e} - d_1 \frac{WP}{W_e} \right] \quad (33)$$

$\frac{W}{W_e}$, $\frac{WP}{W_e}$ étant déduits des relations (29) et (30)

II.2.4. CARACTERISTIQUES GEOMETRIQUES DU SYSTEME UTILISE.

L'appareil utilisé dans cette étude correspond aux valeurs caractéristiques suivantes :

$$M = 1,520 \text{ Kg}$$

$$m = 1,430 \text{ Kg}$$

$$e = 0,094 \text{ m}$$

$$e_1 = 0,072 \text{ m}$$

$$h = 0,375 \text{ m}$$

$$I_k = 0,002225 \text{ Kg m}^2$$

$$l = 0,187 \text{ m}$$

$$\gamma = 1 + \frac{3e}{2l} = 1,753$$

$$\beta = 1 + \frac{3e}{2l} = 1,575$$

$$M' = M(1 + \frac{3e}{2l}) + m(1 + \frac{3e_1}{2l}) = 4,912 \text{ Kg}$$

En portant ces valeurs numériques dans les formules établies et en remplaçant $\frac{a_0}{\theta_0}$ et ω_2 par leur expression en fonction de T_1 et T_2 , dans les équations (29) et (30), on trouve :

$$\frac{W}{We} = \frac{16,6(T_2^2 - T_1^2)^2 + 28,4 T_2^2 - 14,2 T_1^2}{(9,92 - 11,83 T_2^2)(T_2^2 - T_1^2)^2 + 8,22 (T_2^2 - T_1^2)} \quad (29a)$$

$$\frac{W_0}{We} = \frac{14,2 T_2^2}{(9,92 - 11,93 T_2^2)(T_2^2 - T_1^2)^2 + 8,22 (T_2^2 - T_1^2)} \quad (30a)$$

II.3. ETUDE DU MODULE D'YOUNG.

En Résistance des Matériaux (1) pour une poutre encastrée une extrémité est soumise à l'autre extrémité à deux forces, X_A perpendiculaire, Y_A parallèle à l'axe de l'éprouvette, la flèche de l'extrémité est égale :

$$a_0 = \frac{X_A l^3}{3 I_Z E} \cdot \frac{1}{1+\alpha} \quad \text{avec} \quad \alpha = \frac{4 Y_A l^2}{E I_Z \pi^2}$$

$$\text{D'où } E = \frac{X_A l^3}{3 I_Z a_0} \cdot \frac{1}{1+\alpha} \quad (34)$$

Il va être montré que le module d'Young peut être déduit des mesures des périodes T_1 et T_2 .

- Soit x_G , y_G coordonnées du centre de gravité G du pendule, fig (8) théorème du centre de gravité appliquée au pendule :

$$\begin{cases} M \frac{d^2 x_G}{dt^2} = - X_B \\ M \frac{d^2 y_G}{dt^2} = - Y_B + Mg \end{cases}$$

$$G \begin{cases} x_G = a + AB \sin \varphi + BG \sin \theta \\ y_G = b + AB \cos \varphi + BG \cos \theta \end{cases}$$

on dérive deux fois x_G et y_G par rapport à t , φ et θ sont petites, on prend $\sin \varphi \approx \varphi$, $\cos \varphi \approx 1$ et $\sin \theta \approx \theta$, $\cos \theta \approx 1$ en négligeant les termes du 2° et 3° ordre on obtient :

$$\frac{d^2 x_G}{dt^2} = \ddot{a} + h \ddot{\theta} + e \ddot{\varphi}$$

$$\frac{d^2 y_G}{dt^2} = 0$$

D'où l'on trouve

$$X_B = -M(\ddot{a} + h \ddot{\theta} + e \ddot{\varphi})$$

$$Y_B = +Mg$$

(35)

Soit x_k et y_k les coordonnées du centre de gravité k de la partie intermédiaire entre l'éprouvette et pendule.

$$k \left\{ \begin{array}{l} x_k = a + e_1 \sin \varphi \\ y_k = b + e_1 \cos \varphi \end{array} \right.$$

En dérivant deux fois x_k et y_k par rapport à t , l'angle φ est petit, on prend $\sin \varphi \simeq \varphi$ et $\cos \varphi \simeq 1$ en négligeant les termes du 2^o et 3^o ordre.

$$\frac{d^2 x_k}{dt^2} = \ddot{a} + e_1 \ddot{\varphi}$$

$$\frac{d^2 y_k}{dt^2} = 0$$

Théorème du centre de gravité appliquée à la partie intermédiaire.

$$\left\{ \begin{array}{l} m \frac{d^2 x_k}{dt^2} = - X_A + X_B \\ m \frac{d^2 y_k}{dt^2} = - Y_A + mg + Y_B \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} X_A = + X_B - m(\ddot{a} + e_1 \ddot{\varphi}) \\ Y_A = Y_B + mg = (M+m)g \end{array} \right. \quad (36)$$

On remplace X_B par la relation (35) on obtient

$$X_A = -M(\ddot{a} + h \ddot{\theta} + e \ddot{\varphi}) - m(\ddot{a} + e_1 \ddot{\varphi})$$

ou

$$X_A = -M h \ddot{\theta} - \ddot{a} \left[M \left(1 + \frac{3e}{2l} \right) + m \left(1 + \frac{3e_1}{2l} \right) \right]$$

Posons :

$$M' = M(1 + \frac{3e}{2l}) + m(1 + \frac{3e_1}{2l})$$

$$X_A = -M h \ddot{\theta} - M' \ddot{a} \quad (37)$$

Si on admet que a et θ sont sinusoïdales de pulsation ω_2 de telle sorte que :

$$\theta = \theta_0 \cos \omega_2 t \quad \ddot{\theta} = -\omega_2^2 \theta_0 \cos \omega_2 t$$

$$a = a_0 \cos \omega_2 t \quad \ddot{a} = -\omega_2^2 a_0 \cos \omega_2 t$$

On remplace $\ddot{\theta}$ et $\ddot{a}$ par leur expression dans l'équation (37)

$$X_A = M h \theta_0 \omega_2^2 \cos \omega_2 t + M' a_0 \omega_2^2 \cos \omega_2 t$$

lorsque $\cos \omega_2 t = 1$ la valeur de X_A est maximum

$$X_A = M h \theta_0 \omega_2^2 + M' a_0 \omega_2^2$$

De l'équation (32), on a $\omega_2 = \frac{2\pi}{T_2}$

$$X_A = h \theta_0 \frac{4\pi^2}{T_2^2} + M' a_0 \frac{4\pi^2}{T_2^2}$$

Dans l'équation (34) remplace X_A par son expression on a :

$$E = \frac{(M h \theta_0 \frac{4\pi^2}{T_2^2} + M' a_0 \frac{4\pi^2}{T_2^2}) l^3}{3 I_z a_0} \cdot \frac{1}{1 + \frac{4(M+m)gl^2}{E I_z \pi^2}}$$

ou

$$E = \frac{4\pi^2 [M h + M' (\frac{a_0}{\theta_0})] l^3}{3 I_z (\frac{a_0}{\theta_0}) T_2^2} - \frac{4(M+m)g l^2}{I_z \pi^2}$$

De l'équation (31), nous remplaçons la valeur de $\frac{a_0}{\theta_0}$ on a :

$$E = \frac{4\pi^2 [4\pi^2 \gamma M h + M'g (T_2^2 - T_1^2)] l^3}{3 g I_z T_2^2 (T_2^2 - T_1^2)} - \frac{4(M+m)g l^2}{I_z \pi^2} \quad (38)$$

Dans l'équation (38), en remplaçant les valeurs numériques de caractéristique géométrique de notre pendule ($l=0,187$ m, $h=0,375$ m, $M=1,52$ kg, $M'=4,916$ kg, $\gamma=1,753$, $m=1,43$ kg) nous trouvons une équation en fonction de T_1, T_2, I_z (système MKS).

$$E = \frac{0,346 + 0,422 (T_2^2 - T_1^2)}{I_z T_2^2 (T_2^2 - T_1^2)} - \frac{0,410}{I_z}$$

la mesure du module d'élasticité par la méthode pendulaire avec encastrement simple, font intervenir une correction de longueur due au fait que le métal de l'éprouvette se déforme à l'intérieur même de l'encastrement aussi rigide que soit ce dernier la validité de cette formule sera discutée au chapitre suivant.

B. METHODE EN FLEXION LIBRE.

Par la méthode pendulaire à cause de difficultés techniques, on ne peut pas augmenter la fréquence du pendule plus de 2 ou 3 HZ. Pour couvrir le domaine compris entre 25 et 1 Kiloherztz, il est préférable de faire appel à la sollicitation en flexion libre. Avec la méthode dynamique sur une éprouvette sans masse auxiliaire, on peut mesurer le frottement interne pour différentes fréquences, en excitant la fréquence fondamentale et les harmoniques successifs.

Nous allons rappeler rapidement le principe théorique de la méthode de mesure et la description de l'appareillage. Nous développerons les remarques qui nous ont permis d'avoir la condition optimale de manipulation.

II.4. ETUDE THEORIQUE EN VIBRATION TRANSVERSALE.

Soit : y la flexion d'un point de l'éprouvette à distance x de l'origine O au temps t , E le module d'élasticité, S la section rectangulaire, l la longueur, et m la masse par unité de longueur de l'éprouvette.

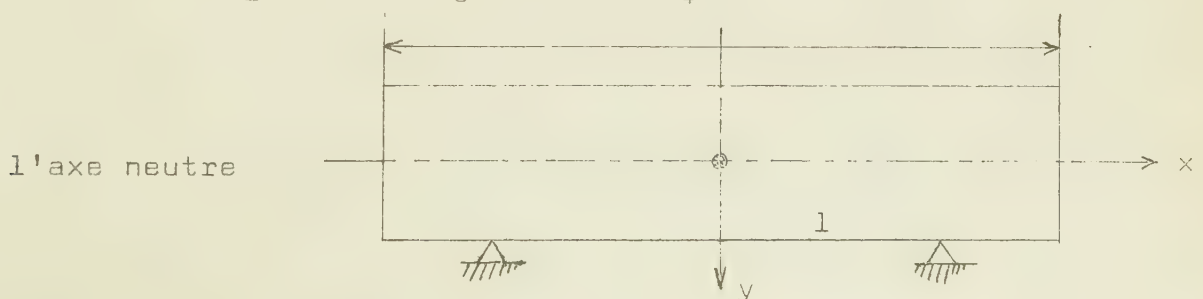
L'équation différentielle du mouvement en flexion est :

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (39)$$

où I est le moment d'inertie de la section de l'éprouvette par rapport à l'axe neutre.

La solution générale de l'équation (39) est de la forme :

$$y(x,t) = (A_1 \sinh px + A_2 \cosh px + A_3 \sin px + A_4 \cos px) e^{j\omega t}$$



Les conditions aux limites sont :

Moment fléchissant et l'effort tranchant sont nuls aux extrémités de la poutre.

$$EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0$$

$$x = \pm \frac{l}{2}$$

$$EI \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} = 0$$

La position des lignes nodales, c'est à dire les valeurs de y telle que $y(x,t) = 0$ quelque soit t

on trouve pour le premier mode la position des lignes nodales

$$x = \frac{2,6}{3\pi} l$$

par rapport à une extrémité :

$$x = 0,224 l$$

Le tableau (1) donne les positions des lignes nodales en fonction du mode de vibration, ainsi que les harmoniques successifs en fonction de la pulsation fondamentale.

Mode	1	2	3	4	5
x/l	0,224	0,132	0,094	0,074	0,060
"	0,776	0,5	0,356	0,277	0,227
"		0,868	0,644	0,5	0,409
"			0,906	0,753	0,591
"				0,927	0,774
"					0,940
ω_n/ω_1	1	2,76	5,41	8,94	13,37

Tableau (1)

Pour le premier mode de l'équation (39) on tire :

$$m \omega^2 = E I p^4$$

Dans le cas où l'éprouvette vibre sur le premier harmonique, on trouve :

$$p = \frac{3\pi}{2l}$$

En remplaçant $p = \frac{3\pi}{2l}$ on obtient

$$\omega = \frac{9\pi^2}{4l^2} \sqrt{\frac{EI}{m}} \quad (40)$$

II.4.1. ETUDE THEORIQUE SUR LES EPROUVETTES COMPOSITES.

Les éprouvettes utilisées sont constituées de deux tôles d'aluminium de 2 mm d'épaisseur, collées avec de l'araldite de chaque côté d'une feuille d'armodur (matière viscoelastique) de 1 mm d'épaisseur, les éprouvettes ainsi obtenues ont 5 mm d'épaisseur et 25 mm de largeur.

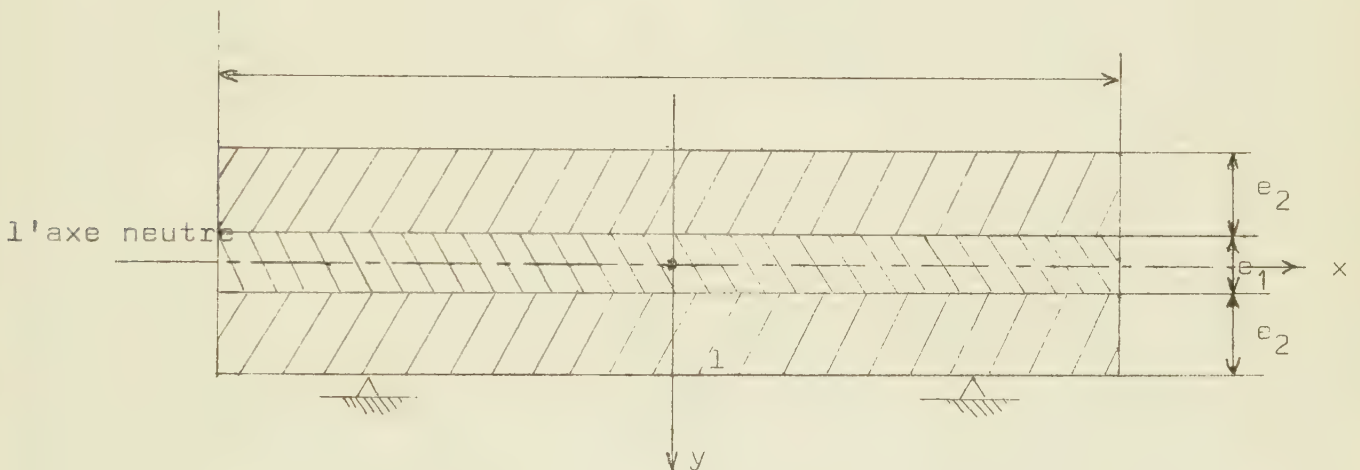


Fig.(9)

M_1 , M_2 étant le moment de flexion efficace sur la tôle armodur et sur les tôles aluminium (moment flexion de l'éprouvette étant $M = M_1 + M_2$)

I_1 : Moment d'inertie de la tôle armodur par rapport à l'axe neutre de l'éprouvette.

I_2 : Moment d'inertie des deux tôles aluminium par rapport à l'axe neutre de l'éprouvette.

E_1, E_2 Module d'Young de l'armodur et de l'aluminium, e_1, e_2 épaisseur de tôle d'armodur et d'aluminium.

La contrainte à la surface supérieure de tôle d'aluminium, c'est à dire la surface qui est collée sur l'armodur est :

$$\sigma_2 = \frac{M_2 e_1}{2 I_2}$$

déformation ϵ de la surface de séparation de deux tôles est le même de part et d'autre, on peut écrire :

$$\sigma_1 = \frac{M_1 e_1}{2 I_1} = E_1 \epsilon$$

$$\sigma_2 = \frac{M_2 e_1}{2 I_2} = E_2 \epsilon$$

$$\longrightarrow \frac{M_1}{M_2} = \frac{E_1 I_1}{E_2 I_2}$$

on a :

$$M = M_1 + M_2$$

on déduit :

$$M_1 = \frac{M E_1 I_1}{E_1 I_1 + E_2 I_2}$$

$$M_2 = \frac{M E_2 I_2}{E_1 I_1 + E_2 I_2}$$

L'équation différentielle donnant la déformée de la fibre neutre s'écrit :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = - \frac{M}{EI} = - \frac{M_1}{E_1 I_1}$$

En remplaçant M_1 par son expression on a :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = - \frac{M}{EI} = \frac{-ME_1 I_1}{E_1 I_1 + E_2 I_2} = - \frac{M_1}{E_1 I_1 + E_2 I_2}$$

$$\text{D'où } EI = E_1 I_1 + E_2 I_2$$

m_1, m_2 étant la masse par unité de longueur d'armodur et des deux plaques d'aluminium on a :

$$m = m_1 + m_2$$

Dans l'équation (40) on remplace $EI = E_1 I_1 + E_2 I_2$ et $m = m_1 + m_2$, on trouve la fréquence fondamentale des éprouvettes composite :

$$\omega = \frac{9\pi^2}{4l^2} \sqrt{\frac{E_1 I_1 + E_2 I_2}{m_1 + m_2}} \quad (41)$$

II.4.2. LE PRINCIPE DE LA COURBE.

En supposant que l'amplitude de la vibration de l'éprouvette étudiée ait la forme suivante :

$$y(t) = y_0 e^{\frac{-\gamma t}{2}} \cos \omega t \quad (42)$$

γ est une constante caractéristique de l'amortissement. L'énergie de déformation élastique s'écrit :

$$W = \frac{K}{2} y^2 \quad (43)$$

K est une constante.

La variation relative d'énergie par cycle

$$\frac{\Delta W}{W} = \frac{W(t) - W(t + \frac{2\pi}{\omega})}{W(t)} = 1 - e^{-\frac{2\pi\gamma}{\omega}}$$

lorsque $\frac{2\pi\gamma}{\omega} \ll 1$ on peut écrire en première approximation que

$$\frac{\Delta W}{W} = \frac{2\pi\gamma}{\omega}$$

en admettant que l'amplitude des oscillations évolue comme (42) il est possible de lier le décrement des oscillations à la perte relative d'énergie de déformation élastique :

$$\theta = L_n \frac{y(t)}{y(t + \frac{2\pi}{\omega})} = L_n e^{-\frac{\gamma\pi}{\omega}} = \frac{\gamma\pi}{\omega}$$

$$\frac{1}{2\pi} \frac{\Delta W}{W} = \frac{\gamma}{\omega} = \frac{\theta}{\pi} \quad (44)$$

Soit δ déphasage entre contrainte et déformation, pour évolutions sinusoïdales dans les relations suivantes :

$$\sigma(t) = \sigma_0 \sin \omega t$$

$$e(t) = e_0 \sin (\omega t - \delta)$$

$\sigma(t)$: contrainte dans un élément

$e(t)$: déformation de l'élément.

On peut montrer que la variation relative d'énergie de déformation par cycle est :

$$\frac{\Delta W}{W} = 2\pi \sin \delta$$

le frottement interne est défini par la tangente de l'angle δ .

δ est en général très petit, il est possible d'assimiler $\delta, \sin \delta, \operatorname{tg} \delta$ donc on a :

$$\frac{1}{2\pi} \frac{\Delta W}{W} = \operatorname{tg} \delta = \frac{\theta}{\pi}$$

Pour une fréquence N nous mesurons le temps t nécessaire pour que l'amplitude passe de la valeur A_1 à la valeur A_2 et on déduit le décrement des oscillations par :

$$\theta = \frac{1}{Nt} \operatorname{Log}_e \frac{A_1}{A_2} \quad (45)$$

le frottement interne ayant la forme suivante :

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{1}{\pi Nt} \operatorname{Log}_e \frac{A_1}{A_2} \quad (46)$$

C H A P I T R E I I I

A- DISPOSITIF EXPERIMENTAL.

Les modifications apportées au dispositif expérimental de Monsieur GUITARD sont de deux ordres.

D'une part l'adjonction d'une pièce de couplage entre l'éprouvette et le support du pendule permet de placer l'éprouvette complètement à l'intérieur du four, ce qui supprime les effets de bords inhérents à la méthode originale.

D'autre part la régulation thermique qui était en tout ou rien, a été remplacée par un régulateur à thyristors assurant une régulation continue de température.

Après une description de l'installation nous donnons des précisions sur la régulation thermique ainsi que sur la technique de mesure du décrement des oscillations.

I I I . 1 . DESCRIPTIF.

Ce dispositif est représenté par la figure (10).

Le pendule est constitué d'un cylindre d'acier (10) (60 mm de diamètre, 50 mm de hauteur) relié par une tige filetée à un étrier (9) qui repose par l'intermédiaire de deux couteaux sur l'appui (8) la masse du pendule est 1,52 Kg. La partie intermédiaire (7) relie l'appui de l'étrier à la mâchoire inférieure (6) de l'éprouvette (2) celle-ci est bloquée par la mâchoire supérieure (1).

La mâchoire supérieure, l'éprouvette, la mâchoire inférieure et une partie de la pièce intermédiaire sont situées dans une enceinte à multiples parois. La paroi intérieure constituée par une tôle inox (14) supporte les résistances électriques "thermocox". Une plaque d'amiante (3) l'isole d'une tôle d'acier de 1,5 mm d'épaisseur (4). Le plafond de cette première boîte est une plaque d'acier de 10 mm d'épaisseur, au milieu de laquelle est soudée la mâchoire supérieure de l'éprouvette. La paroi extérieure (5) est en tôle d'acier de 1,5 mm d'épaisseur. Les deux parois sont reliées par l'intermédiaire d'un fer U (17). Un isolant en laine de

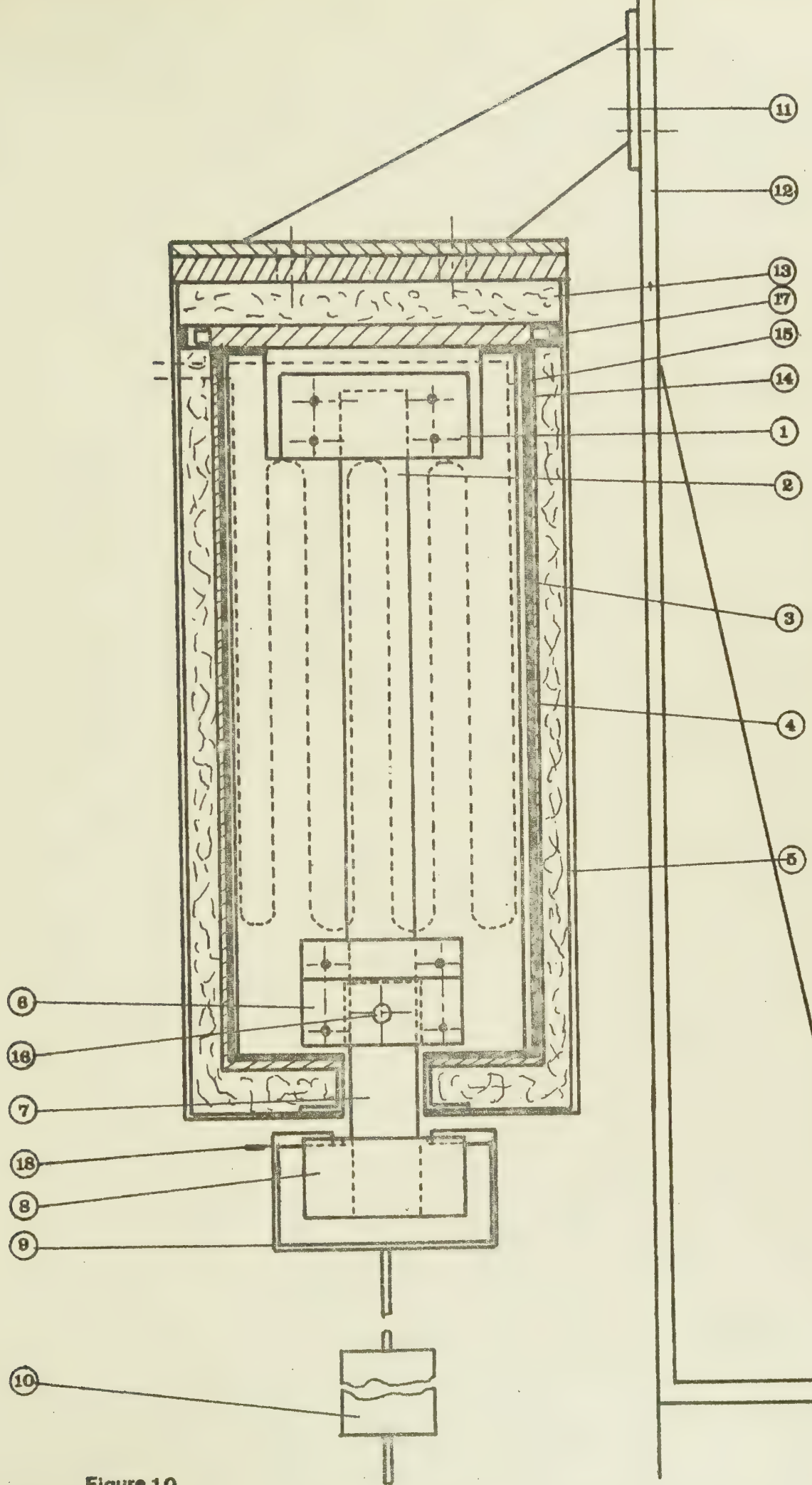


Figure 10

verre (13) minimise les pertes thermiques vers l'extérieur. Le plafond de la paroi extérieure est une plaque d'acier de 12 mm d'épaisseur soudée au support (11) lequel est solidaire du bâti.

Deux vis (16) des deux côtés de la boîte en regard de la mâchoire inférieure permettent de bloquer le mouvement de l'éprouvette, lors des mesures.

III.2. SYSTEME DE CHAUFFAGE.

Pour étudier l'évolution du frottement interne en fonction de la température, l'éprouvette et les deux mâchoires supérieures et inférieures sont placés dans un four décrit ci-dessus. Pour régler la température de chaque essai, nous avons fabriqué un régulateur par commande de thyristor fig.(11). Un thermocouple détecte la température de la paroi inox supportant la résistance chauffante, la tension du thermocouple amplifiée est comparée à une tension de référence. La différence des deux tensions une fois amplifiée, est envoyée sur la commande de thyristors, la tension de sortie des thyristors est envoyée sur la résistance électrique du four. Pour chaque tension de référence après de 15 à 20 minutes, nous aurons une température stable dans le four. Par variation de tension de l'affichage, on peut avoir différentes températures stables dans le four.

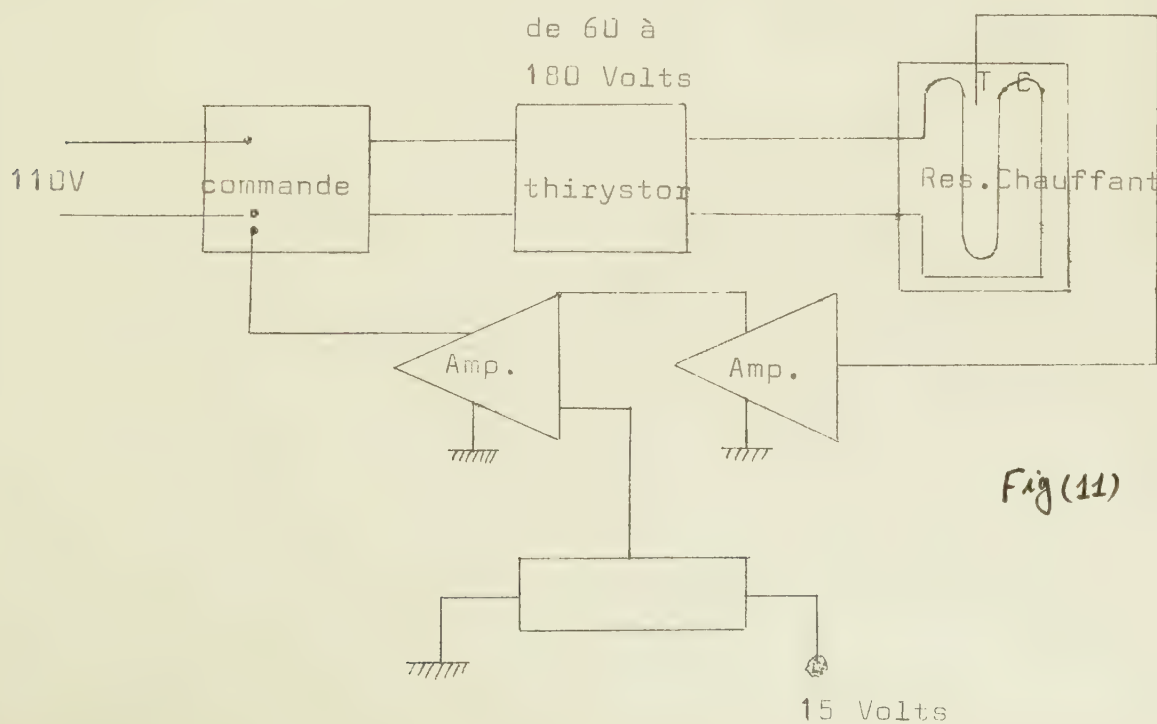


Fig (11)

Pour contrôler la température d'essai nous avons placé un thermocouple dans l'âme de l'éprouvette à une profondeur de 3,5 cm. Pour connaître la température le long de l'éprouvette nous avons disposé sur une éprouvette témoin de plusieurs thermocouples, on note que la variation de la température le long de l'éprouvette est inférieure à 2 degrés.

III.3. LE SYSTEME DE MESURE.

Pour calculer le frottement interne à partir des formules (29a) et (30a), (33) il faut mesurer la période et le décrement des oscillations du pendule, lorsque l'éprouvette est bloquée et lorsqu'elle est libre.

III.3.1. MESURE DU DECREMENT DES OSCILLATIONS.

PREMIERE METHODE.

Pour déterminer le décrement des oscillations, on mesure le temps nécessaire à la décroissance entre deux valeurs fixées de l'amplitude des oscillations pour le pendule avec éprouvette bloquée et pour le pendule avec éprouvette libre.

Soit $\overline{A_1 A_3}$ l'amplitude initiale et $\overline{A_1 A_2}$ l'amplitude finale, on mesure le temps nécessaire pour que l'amplitude décroisse de $\overline{A_1 A_3}$ à $\overline{A_1 A_2}$ ainsi que la période des oscillations, dans les deux cas : le décrement des oscillations du pendule avec éprouvette bloquée.

$$d_1 = \frac{T_1}{t_1} \text{Log}_e \frac{\overline{A_1 A_3}}{\overline{A_1 A_2}}$$

T_1 = la période du pendule avec éprouvette bloquée

t_1 = le temps décroissance d'amplitude de $A_1 A_3$ à $A_1 A_2$

Le décrement des oscillations du pendule l'éprouvette débloquée.

$$d_2 = \frac{T_2}{t_2} \log \frac{\overline{A_1 A_3}}{\overline{A_1 A_2}}$$

T_2 = la période du pendule avec éprouvette libre.

t_2 = le temps décroissance d'amplitude de $A_1 A_3$ à $A_1 A_2$ dans ce cas.

TECHNIQUE DE MESURE.

Pour détecter les oscillations, nous avons utilisé un faisceau lumineux, qui se réfléchit sur un petit miroir fixé à l'étrier.

Trois cellules photoélectriques A_1, A_2, A_3 sont placées sur un support réglable transversal grâce à un système de vis à crémaillère.

Trois cellules photoélectriques permettent de déclencher un compteur par intermédiaire d'un système électrique (1).

- Les cellules A_1, A_2, A_3 sont alternativement éclairées pendant une période : rien ne se passe.

- Les cellules A_1, A_2 sont éclairées et pas A_3 alors un signal déclanche le comptage.

- La cellule A_2 n'est pas éclairée pendant toute une période, le comptage est stoppé par un nouveau signal sur A_1 .

On connaît le rapport des distances $\overline{A_1 A_2}$ et $\overline{A_1 A_3}$ ainsi la période et le temps mesurés permet de calculer le décrement des oscillations.

(1) Thèse de D. GUITARD page (67,68).

DEUXIEME METHUDE.

Le principe de cette méthode est présenté par G. COLETTE et C. MAEDER (27). En première approximation on admet que l'amplitude des oscillations varie comme

$$A = A_0 e^{-dt} \sin \omega t$$

Nous mesurons le temps au passage de spot de la cellule A_1 à la cellule A_2 grâce à un système électronique et un compteur.

Quand la cellule A_3 n'est plus éclairée un signal déclanche le comptage et le compteur affiche le temps t_0 de passage de A_1 à A_2 soit :

$$\overline{A_1 A_2} = A_0 e^{-dt_0} \sin \omega t_0$$

Nous effectuons la même mesure juste n périodes plus tard, le compteur montre un temps t_n qui vérifie la relation suivante :

$$\overline{A_1 A_2} = A_0 e^{-d(nT+t_n)} \sin \omega(nT+t_n)$$

On déduit de ces équations le décrement des oscillations.

$$d = \frac{1}{nT+t_n - t_0} \text{ Log } \frac{\sin \frac{2\pi t_n}{T}}{\sin \frac{2\pi t_0}{T}} \quad (47)$$

en mesurant les valeurs de t_n, t_0, n et T avec éprouvette bloquée et avec éprouvette libre, on calcule la valeur du décrement d'oscillations à partir de cette dernière relation.

III.4. TECHNIQUE D'EXPERIMENTATION :

L'éprouvette est placée dans le four du pendule et fixée par les deux extrémités dans les mâchoires supérieure et inférieure. On visse les deux extrémités du pendule sur la tige pour fixer la fréquence d'oscillation. On règle la cellule A_1 au milieu de l'amplitude d'oscillation grâce à un système de vis à crémaillère et un périodemètre (Rochar). Le premier point de mesure est à la température de l'ambiance et pour d'autres points, on utilise le système de régulation de température. Le temps pour obtenir une température stable dans le four pour monter d'un point à l'autre est d'environ 20 à 25 minutes. Lorsque la température de l'éprouvette ne varie plus pendant une période de 5 minutes, on considère que la température est stabilisée. Pour chaque température, on mesure la période du pendule de l'éprouvette libre et celle du pendule de l'éprouvette bloquée. Les oscillations du pendule s'amortissent jusqu'à ce que la cellule A_3 ne soit plus éclairée. On lit sur le compteur (Rochar) le temps t_0 et n périodes plus tard le temps t_n , on mesure t_0 et t_n pour le pendule avec l'éprouvette bloquée et avec l'éprouvette libre. En portant les valeurs numériques de t_0 et t_n et la période du pendule dans la formule (47) on calcule les valeurs du décre-
ment de l'oscillation. Un système électronique permet de mesurer la période du pendule voisine de 1 HZ avec une précision de l'ordre 10^{-5} . Pendant la manipulation nous avons noté que les deux derniers chiffres de la valeur de la période T varie . Pour chaque température pour mesurer la valeur de T , nous avons pris la moyenne de dix dernières lectures des périodes avant que la cellule A_3 ne soit plus éclairée moyenne de la valeur de T moyenne. Pour être très sûr de la mesure, nous avons répété trois fois l'opération et nous avons pris la moyenne des trois valeurs de T pour la valeur de la période à cette température. En mesurant t_0 et t_n nous avons remarqué que la décroissance de la période du pendule n'est pas entièrement proportionnelle au nombre de la période n

Nous avons pris les onze premières lectures du temps lorsque la cellule A_3 n'est plus éclairée. On a considéré le 1/10 de la différence entre la première et la onzième lecture du temps comme la différence entre la première lecture t_0 et la deuxième t_n . On répète la mesure trois fois et la moyenne des trois valeurs de t_0 et t_n sera la valeur acceptée comme t_0 et t_n . Le tableau (2) montre les valeurs de T, t_0, t_n, n d'une éprouvette d'aluminium.

Tableau (2)

éprouvette Aluminium mesure à la température ambiante.

N°	T seconde			n	t_0, t_n seconde		
	1ère fois	2ème fois	3ème fois		1ère fois	2ème fois	3ème fois
1	0,712 28	0,712 26	0,712 31	10	0,09220	0,09384	0,09229
2	0,712 28	0,712 28	0,712 33	10	0,09372	0,09384	0,09370
3	0,712 25	0,712 16	0,712 14	10	0,09519	0,09537	0,09516
4	0,712 22	0,712 18	0,712 26	10	0,09672	0,09702	0,09658
5	0,712 28	0,712 31	0,712 28	10	0,09815	0,09853	0,09829
6	0,712 27	0,712 25	0,712 20	10	0,09990	0,10022	0,09979
7	0,712 24	0,712 25	0,712 25	10	0,10165	0,10190	0,10144
8	0,712 23	0,712 22	0,712 20	10	0,10346	0,10354	0,10321
9	0,712 21	0,712 25	0,712 23	10	0,10518	0,10536	0,10503
10	0,712 21	0,712 23	0,712 28	10	0,10704	0,10707	0,10681
T_{moy}	0,712 25	0,712 24	0,712 25	10	0,10864	0,10906	0,10847
T	0,712 25			t_0	0,09220	0,09245	0,09229
				t_n	0,09386	0,09411	0,09391
				t_0	0,09232		
				t_n	0,09396		

$T = 0,71225$
 $t_0 = 0,09232$
 $t_n = 0,09396$
 $n = 10$

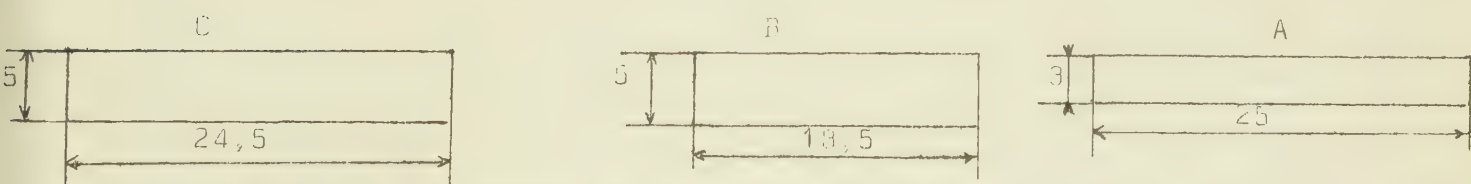
Lorsque la décroissance de la période du pendule est forte, pour trouver la valeur de t_0 et t_n on doit diminuer le nombre de périodes n et pour chaque température en tâtonnant, nous avons trouvé la valeur optimum de n . La variation de n , pour nos mesures de t_0 et t_n était entre 3 et 10 périodes. Nous avons mesuré par cette manière pour le pendule avec l'éprouvette bloquée et avec l'éprouvette libre.

Pour calculer la valeur de $\text{tg } \delta$ nous avons présenté dans le chapitre précédant la formule (33). Pour vérifier la validité de cette formule nous avons choisi une éprouvette d'aluminium et nous avons mesuré les valeurs de T_1, T_2, t_0, t_n, n à la température ambiante, en calculant les valeurs de d_1, d_2 par la formule (47) et enfin la valeur de $\text{tg } \delta$ par la formule (33) nous avons obtenu la même valeur de $\text{tg } \delta$ trouvé par la méthode monopendulaire que D. GUITARD a utilisé pour mesurer le frottement interne des métaux. Nous avons calculé le module d'élasticité par la formule (38).

III.5. PRECISION DES MESURES :

Pour vérifier l'influence du montage de l'éprouvette sur la valeur du frottement interne et du module d'élasticité, nous avons choisi trois éprouvettes identiques d'aluminium, et nous avons mesuré les va-

Tableau (3)



type	pendule avec éprouvette bloquée				pendule avec éprouvette libre				$\text{tg } \delta \times 10^3$	$E \times 10^{-10} \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$
	T_1	t_{01}	t_{n1}	n_1	T_2	t_{02}	t_{n2}	n_2		
A	0,70134	0,09065	0,09211	10	0,74738	0,09537	0,09606	10	6,96	6,02
B	0,70133	0,09075	0,09221	10	0,74737	0,09559	0,09828	10	6,92	6,02
A	0,70134	0,09072	0,09218	10	0,74738	0,09570	0,09833	10	6,93	6,02

leurs de $\tan \delta$ et E . Le tableau (3) montre que les différences entre les valeurs obtenues pour $\tan \delta$ et celle pour E sont à peine égales à 1%.

Pour calculer la valeur numérique du module d'élasticité nous avons utilisé la formule (38). Pour tenir compte de l'influence de l'encastrement sur la valeur du module d'élasticité, nous avons mesuré le module d'élasticité d'une éprouvette d'aluminium par la méthode en flexion sur deux appuis simples et par la méthode pendulaire à la température d'ambiance, les valeurs obtenues sont :

Par la méthode en flexion sur deux appuis simples $E = 6,87 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$

Par la méthode pendulaire $E = 6,02 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$

Supposons que l'on puisse tenir compte de l'effet de l'encastrement en ajoutant une petite correction de valeur Δl à la longueur l de l'éprouvette. L'hypothèse d'une correction Δl a déjà été vérifiée par E. P. Leinard; tout se passe comme si l'éprouvette était encastree d'une façon parfaite et avait une longueur égale $(l + \Delta l)$. En remplaçant l par $(l + \Delta l)$ et E par $6,8 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$ dans l'équation (38) on calcule la valeur de Δl , le résultat est d'environ 8 mm. Après avoir remplacé l par $l + \Delta l$ dans l'équation (38), pour vérifier la précision de la mesure nous avons choisi trois séries d'éprouvettes d'aluminium, chaque série comprend trois éprouvettes identiques. En mesurant $\tan \delta$ et E nous avons remarqué la différence entre les valeurs obtenues pour $\tan \delta$ et celles obtenues pour E n'est pas supérieure à 3,5%. On peut dire que la marge d'erreur de notre mesure dans des conditions défavorables (lorsque la valeur de $\tan \delta$ est très faible) n'est pas supérieure à 3,5 %.

Tableau (4)

type	pendule avec éprouvette bloquée				pendule avec éprouvette libre				$\frac{\text{tg} \delta \times 10^3}{10^{+3}}$	$\frac{E \times 10^{+11}}{N/m^2}$
	T ₁	t _{o1}	t _{n1}	n ₁	T ₂	t _{o2}	t _{n2}	n ₂		
A	0,70134	0,09065	0,09211	10	0,74738	0,09537	0,09806	10	6,93	6,66
A	0,70133	0,09075	0,09221	10	0,74737	0,09559	0,09823	10	6,89	6,86
A	0,70134	0,09072	0,09216	10	0,74738	0,09572	0,09837	10	6,81	6,96
B	0,70133	0,09048	0,09155	10	0,71484	0,09211	0,09355	10	6,74	6,73
B	0,70134	0,09026	0,09133	10	0,71484	0,09220	0,09364	10	6,62	6,73
B	0,70133	0,09028	0,09135	10	0,71483	0,09214	0,09358	10	6,66	6,73
C	0,70129	0,09095	0,09231	10	0,71225	0,09225	0,09391	10	6,67	6,66
C	0,70128	0,09038	0,09224	10	0,71224	0,09240	0,09406	10	6,53	6,66
C	0,70130	0,09090	0,09227	10	0,71225	0,09226	0,09393	10	6,64	6,67

B. METHODE EN FLEXION LIBRE

III.6. DESCRIPTION D'APPAREILLAGE.

Support :

Le support est fixé sur un bloc de béton, le porte éprouvette placé sur le support permet le réglage des fils de suspension, pour chaque éprouvette, afin que ceux-ci viennent coïncider avec les lignes nodales pour les divers modes de vibration pour minimiser l'énergie mécanique transmise par les supports.

Capteur :

L'éprouvette constitue l'organe vibrant d'un oscillateur, le capteur capacitif détecte le déplacement transversal. Il est constitué d'un petit disque de 18 mm de diamètre. La deuxième armature n'est autre que l'éprouvette qui est mise à la masse par les fils supports recouverts de peinture conductrice.

Haut Parleur :

Le haut parleur est placé au dessus de l'éprouvette après préamplification, le signal obtenu par le capteur traverse un système déphaseur, il est ensuite amplifié par un amplificateur de puissance qui débite sur la bobine du haut-parleur lequel excite par ondes acoustiques l'éprouvette sur sa fréquence fondamentale. Lorsque l'on coupe l'alimentation du haut parleur, l'éprouvette vibre librement avec amortissement.

Appareil de mesure :

La chaîne de mesure utilise le signal fourni par le capteur de déplacement. Ce signal après préamplification est redressé, on obtient ainsi un niveau de tension proportionnel à l'amplitude des oscillations de l'éprouvette. Lorsque l'excitation est coupée les vibrations s'amortissent et le niveau décroît comme l'amplitude du signal. Un compteur électronique "Rochar" est déclenché lors du passage à un niveau supérieur A_1 et stoppé au passage à un niveau inférieur A_2 , les deux niveaux étant

présélectionnés, on obtient ainsi le temps t et on détermine la valeur du frottement interne $\operatorname{tg} \delta$, connaissant A_1, A_2 et t ainsi que N .

Le schéma du montage d'appareil de mesure est donnée à la fig.(12)

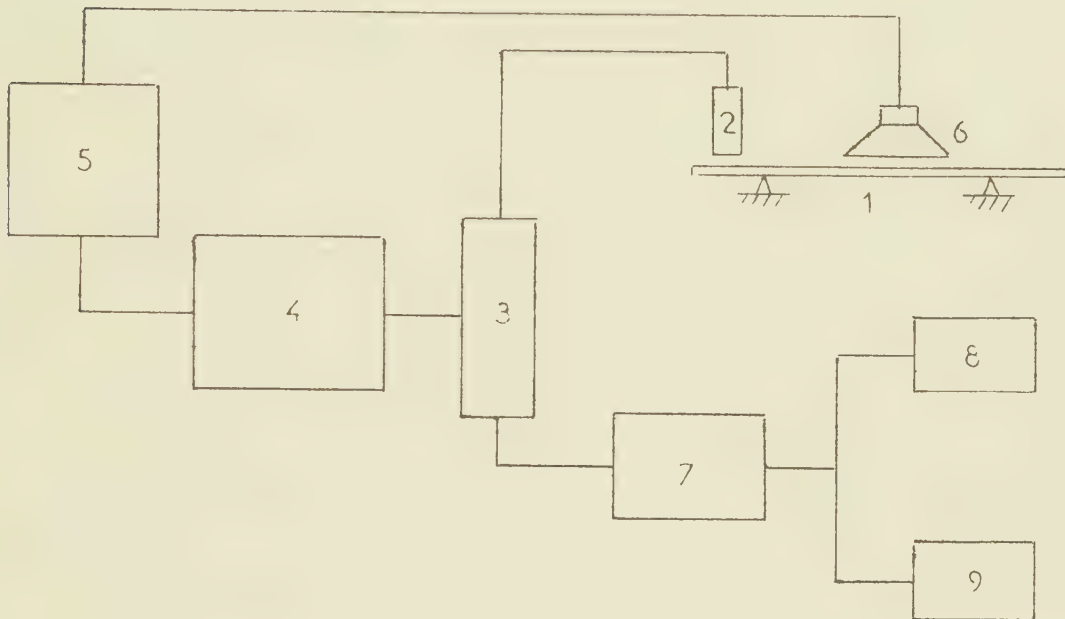


Fig. (12)

- 1 - Eprouvette et supports
- 2 - Capteur capacitif
- 3 - Préamplificateur
- 4 - Déphaseur ajustable
- 5 - Amplificateur de puissance
- 6 - Moteur de haut-parleur
- 7 - Redressement
- 8 - Compteur électronique
- 9 - Oscilloscope

III.7. MANIPULATIONS.

III.7.1. MODE OPERATOIRE.

L'éprouvette est positionnée sur les deux fils de suspension, nous déplaçons le porte-éprouvette pour faire coïncider les lignes nodales, on déclenche le haut-parleur, on frappe sur l'éprouvette, pour déclencher la vibration, en agissant sur le gain, on règle la vibration à un certain niveau forcé E le compteur est réglé pour une présélection A_1 Volts et A_2 Volts, on coupe l'alimentation du haut-parleur, la poutre vibre librement avec amortissement, lorsque l'amplitude de la vibration amortie à A_1 Volts, le compteur est déclenché au passage de niveau A_2 Volts, il est stoppé.

Pour chaque éprouvette nous avons pris 10 relevés du temps t la valeur du temps de décrement est la moyenne de dix mesures successives nous noterons ce temps moyen t_{moyen} .

III.7.2. CONDITIONS EXPERIMENTALES.

Les paramètres qu'il faut prendre en compte pour la mesure de l'amortissement sont :

- a : la position des fils de suspension par rapport à l'éprouvette.
- b : le niveau forcé maximum et les niveaux A_1 et A_2 .
- c : la position du capteur et la distance du capteur à l'éprouvette.

a. Les lignes nodales de l'éprouvette coïncident sur les fils de nylon, nous avons constaté que les résultats étaient d'autant meilleurs que les fils de suspension étaient plus souples et détendus.

b. Tous les paramètres intervenant dans la mesure du temps d'amortissement étant maintenus constants, nous avons considéré différents niveaux A_1 et A_2 (tableau (5)).



Fig 13 Comparaison des courbes d'amortissement pour des niveaux de préselection différents

en traçant les courbes d'amortissement fig.(13) on a constaté que :

- 1) les courbes sont superposables.
- 2) on remarque qu'entre 6 Volts et 3 Volts les courbes sont parfaitement superposables.

Calculons l'erreur relative du temps d'amortissement pour 10 relevés du temps à différents niveaux forcés maximum E et niveau de présélection A_1 et A_2 Volts. Nous avons constaté que pour $E = 10$ Volts $A_1 = 6$ Volts, $A_2 = 3$ Volts. Les conditions sont optimales et l'erreur relative est inférieure à 2,5%.

c. La distance e_0 entre le capteur et l'éprouvette est réglée par une vis micrométrique sur le porte-sonde, on constate qu'un réglage par tâtonnement de e_0 permet facilement de trouver pour chaque mesure la position optimum du capteur.

CONCLUSION :

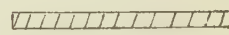
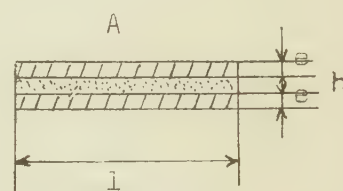
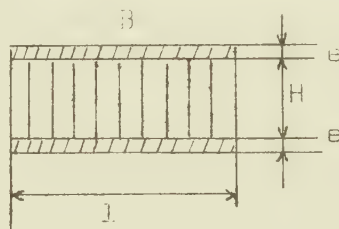
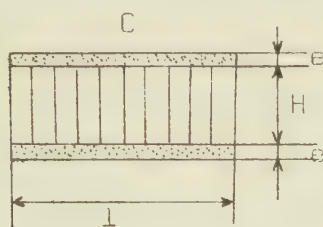
L'appareillage est réglé dans des conditions optimales pour $E = 10$ Volts, $A_1 = 6$ Volts, $A_2 = 3$ Volts.

Le capteur est placé au bout de l'éprouvette, la distance entre capteur et éprouvette est réglée au fonctionnement optimum. A plusieurs jours d'intervalles nous avons mesuré le temps moyen dans les conditions optimales, l'erreur relative entre les temps moyens obtenus, reste inférieure à 2,5%.

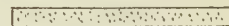
CHAPITRE IV

A - ETUDE EXPERIMENTALE SUR PENDULE

Dans ce chapitre, nous allons exposer notre étude du frottement interne et du module d'élasticité en flexion sur différentes séries d'éprouvettes. Nous avons fabriqué trois séries d'éprouvettes composites avec aluminium, armodur et nid d'abeille.



Aluminium



Armodur

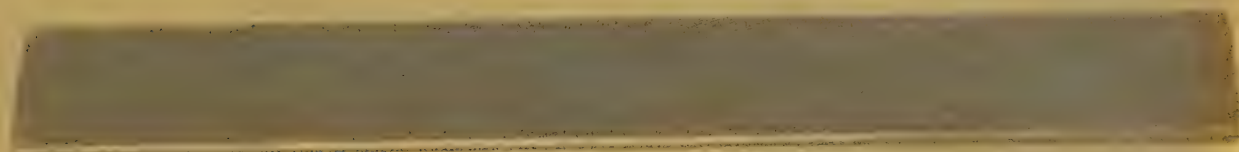


Nid d'abeille

type	e mm	H mm	h mm	l mm
A	2	-	1	25
B ₁	1,5	5	-	25
B ₂	1	5	-	25
B ₃	1,5	10	-	25
B ₄	1	10	-	25
C ₁	1,5	5	-	25
C ₂	1,5	10	-	25

2.2. L'ÉPROUVETTE ALUMINÉE

L'aluminium est un métal léger, qui est à l'origine de la conception de cette éprouvette. Il est caractérisé par un module d'élasticité modéré, ce qui permet de le considérer comme matière viscoélastique. Le frottement interne en fonction de la température est le résultat obtenu avec celui obtenu grâce à la mesure de la déformation. Les éprouvettes A sont composées d'une couche d'un millimètre d'épaisseur collée avec de l'Araldite sur une plaque d'aluminium de deux millimètres d'épaisseur fixée sur une base en bois.



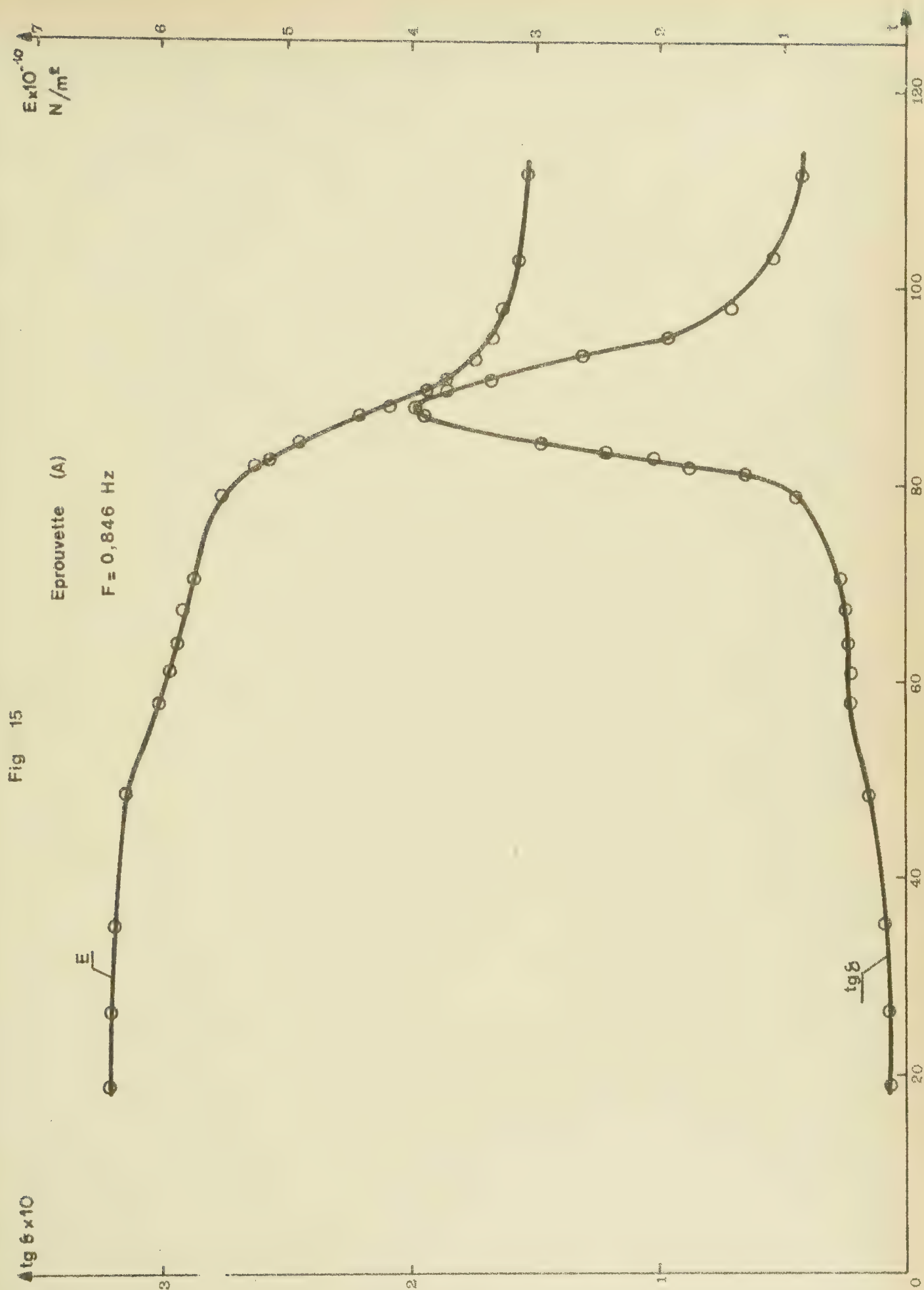
IV.2. FROTTEMENT INTERNE DES EPROUVETTES A.

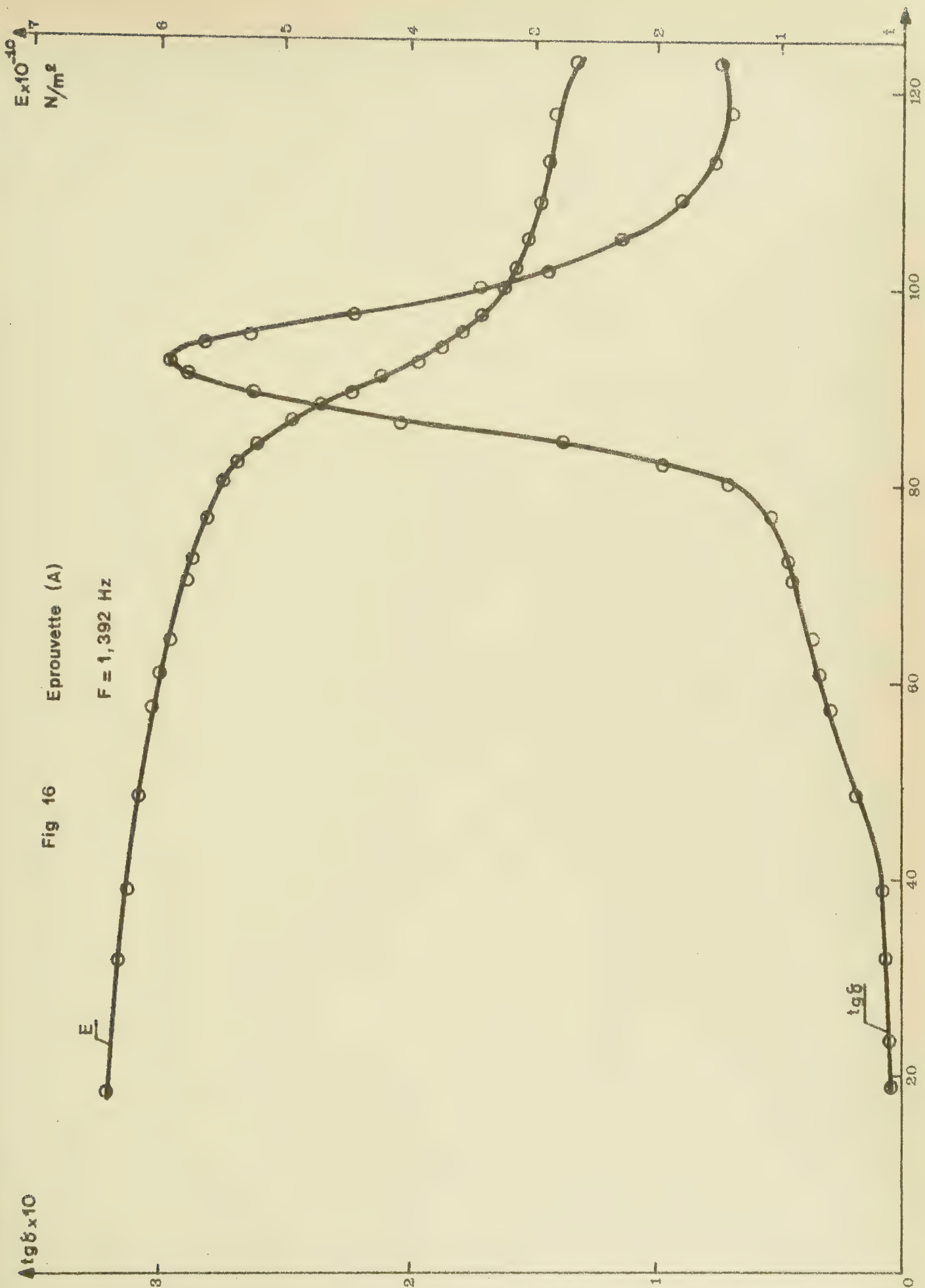
Nous avons fait trois séries d'essais sur les éprouvettes (A).

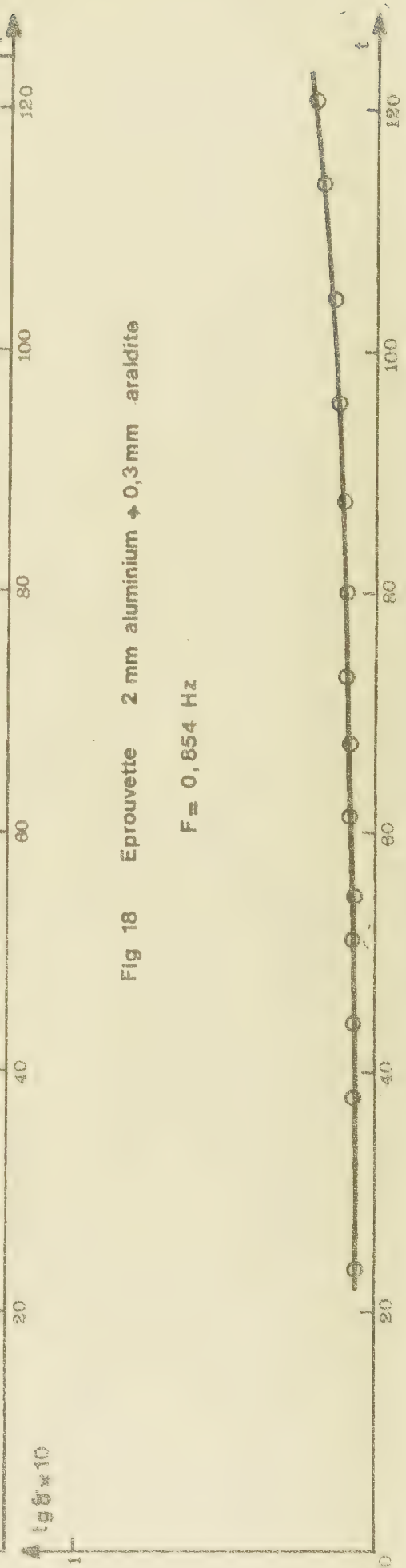
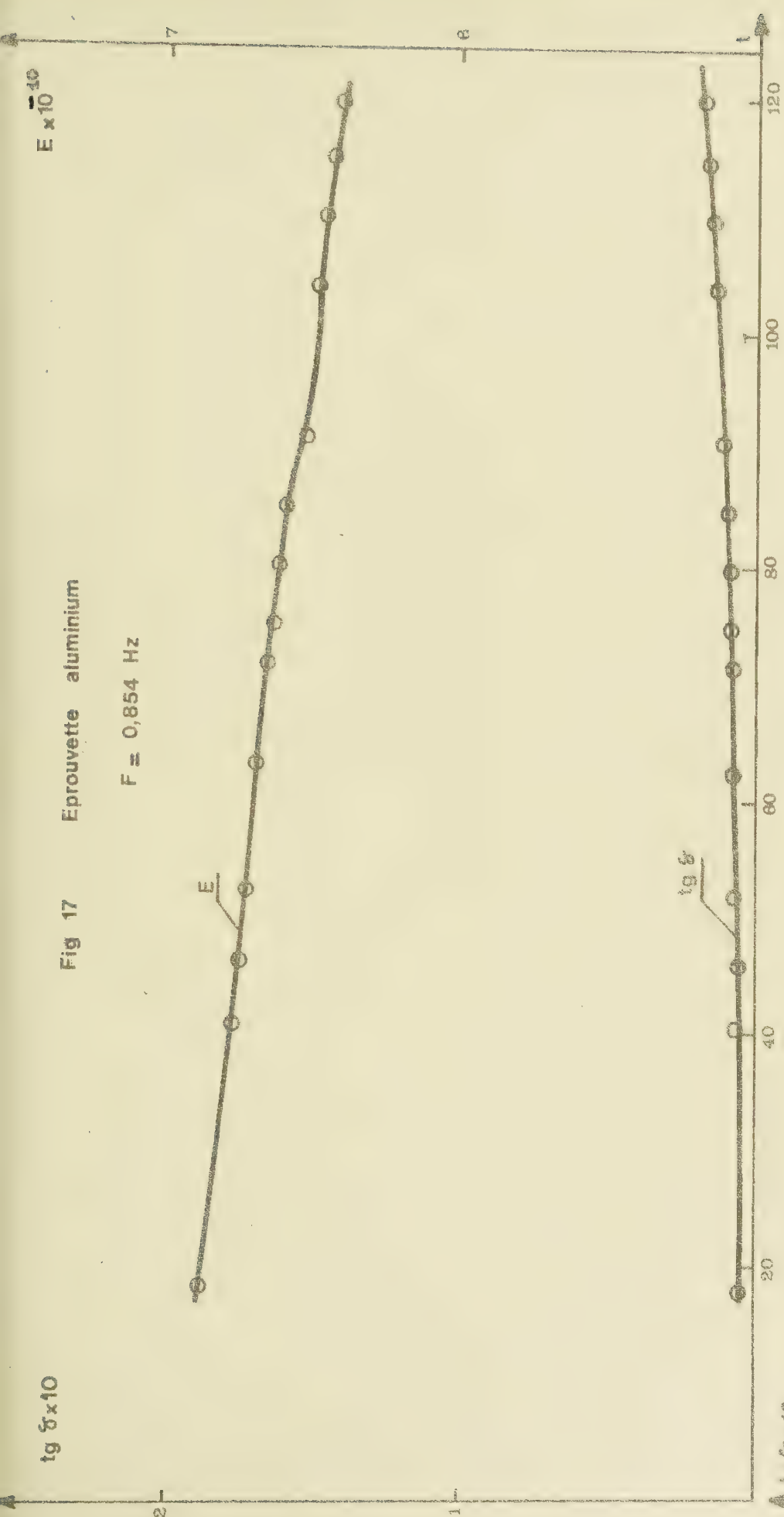
a) Nous avons mesuré la variation de frottement interne et du module d'élasticité en flexion à différentes températures. Parce que les deux plaques d'aluminium sont collées par de l'araldite de chaque côté de la plaque armodur, nous ne pouvons pas monter la température à plus de 120 degrés centigrade, à cause du risque de décollement. La figure (15) montre l'évolution de $\text{tg } \delta$ en fonction de la température pour la fréquence $F=0,846$ on note la présence d'un pic de frottement interne entre 75°C et 110°C. La figure (15) montre aussi la variation du module d'élasticité de l'éprouvette A par rapport à la température, on remarque que cette variation est décroissante. Dans l'intervalle où le pic de frottement interne existe la valeur du module d'élasticité diminue plus fortement.

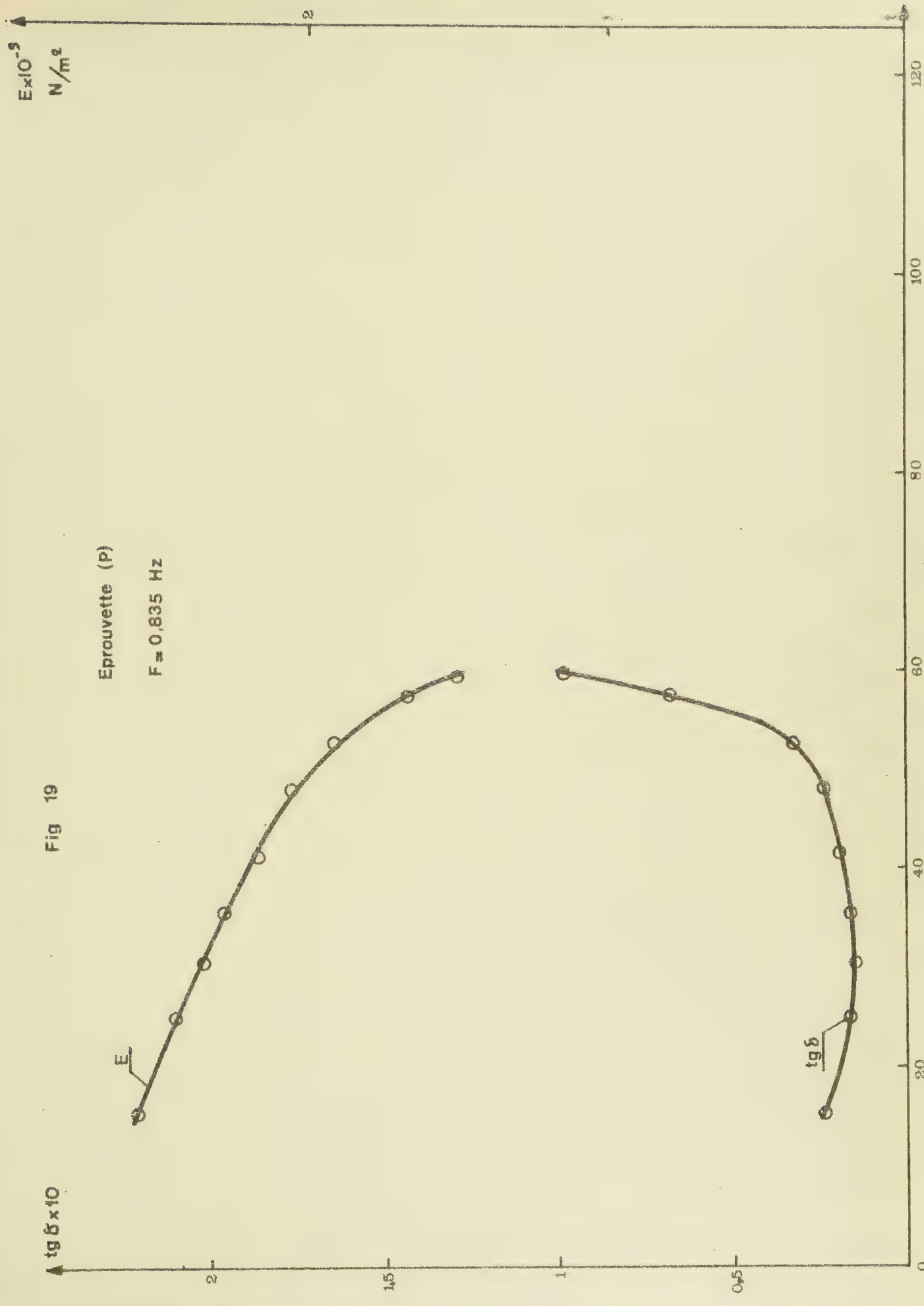
b) En modifiant la longueur du pendule, nous avons changé sa fréquence. Pour la fréquence $F=1,392$ nous avons mesuré la variation de $\text{tg } \delta$ et E en fonction de la température fig (16), en comparant cette courbe à la courbe précédente, on remarque que les valeurs de $\text{tg } \delta$ sont supérieures, quand la fréquence augmente et les différentes valeurs du point maximum les deux courbes sont remarquables.

c) Nous avons mesuré l'évolution de $\text{tg } \delta$ en fonction de la température pour les matériaux qui ont servi pour fabriquer ces éprouvettes. La figure (17) montre la variation de $\text{tg } \delta$ en fonction de la température pour la fréquence $F=0,833\text{HZ}$, d'une plaque aluminium de 25 mm de largeur, de 3 mm d'épaisseur. Nous avons choisi une plaque d'aluminium de même dimension que la précédente et nous avons ajouté une épaisseur de 0,3 mm d'araldite sur cette plaque. La figure (18) montre l'évolution de $\text{tg } \delta$ par rapport à la température pour la fréquence $F = 0,832 \text{ HZ}$.









En comparant les courbes d'aluminium et d'aluminium plus araldite, on note que la différence entre les deux courbes n'est pas grande et on voit que $\text{tg } \delta$ augmente quand on ajoute de l'araldite sur la plaque d'aluminium.

D. GUITARD a fait des essais sur AU4GI jusqu'à une température de plus de 400°C sans trouver de pic de frottement interne. Nous avons ajouté une feuille d'armodur de 1 mm d'épaisseur entre deux plaques d'aluminium de 2 mm d'épaisseur et nous avons remarqué que le pic de frottement interne se trouvait entre 75 et 110°C.

Nous avons aussi mesuré la variation de $\text{tg } \delta$ et E en fonction de la température. Pour l'armodur la valeur de $\text{tg } \delta$ est croissante jusqu'à 60°C. Au delà ce matériau se comporte comme le caoutchouc et les mesures ne sont plus possibles fig (19). En comparant les variations de $\text{tg } \delta$ en fonction de la température de l'éprouvette et des matériaux qui ont servi pour fabriquer l'éprouvette on a noté que :

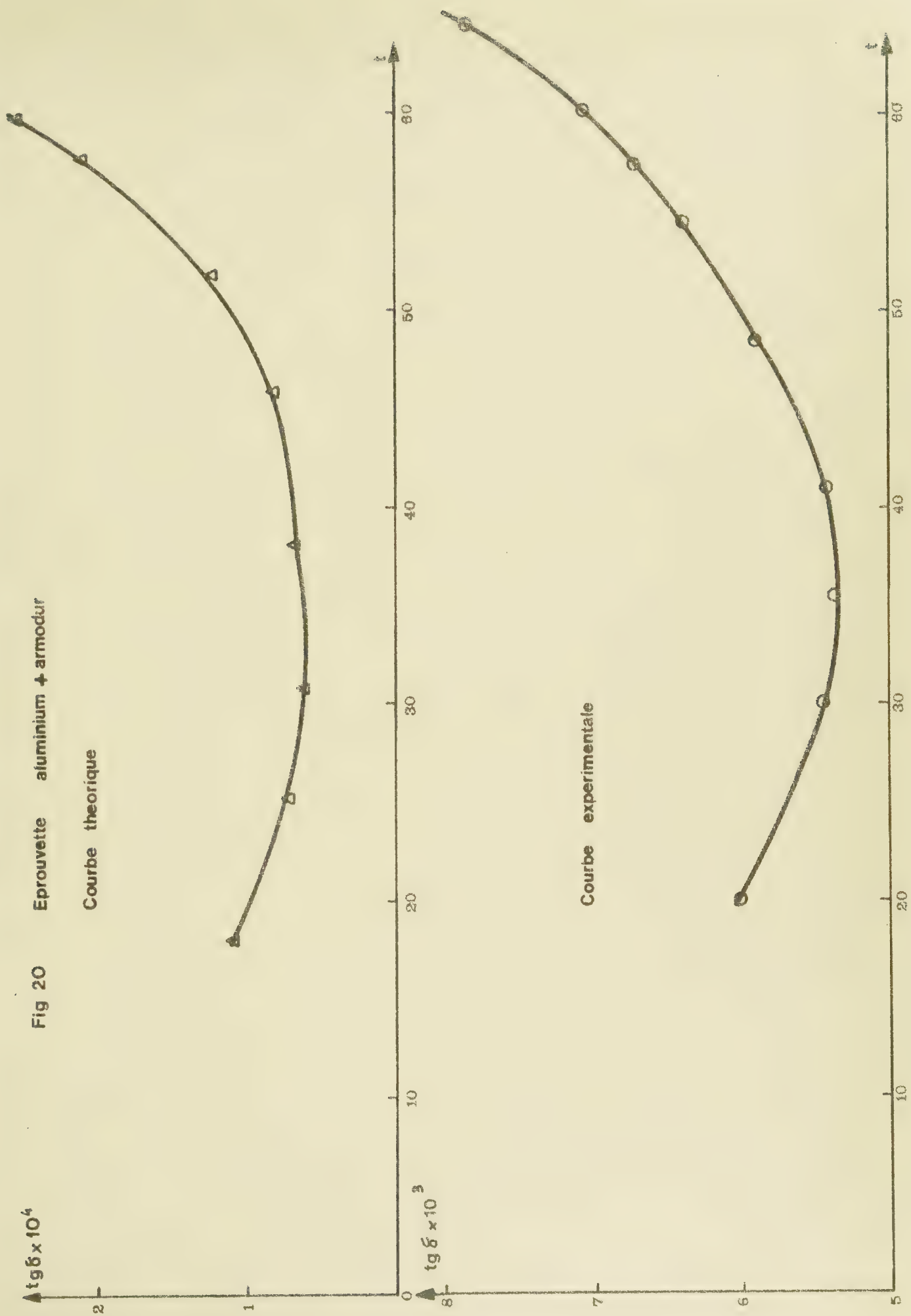
Pour l'aluminium dans la plage de température explorée de 20° à 125°C, on n'observe pas de pic de frottement interne.

Pour l'éprouvette A la valeur maximum du pic est environ 20 fois plus grande que la valeur de frottement interne de l'aluminium à la même température à la fréquence $F = 0,833 \text{ Hz}$.

IV.2.1. COMPARAISON DES RESULTATS AVEC LA THEORIE DE KERWIN.

Dans le chapitre (1) nous avons expliqué l'étude de E.M.Kerwin sur les mécanismes d'amortissement des structures composites. Il a montré pour une structure avec la couche viscoélastique libre le coefficient de perte relative est approximativement proportionnel au carré de l'épaisseur relative et à la première puissance au module d'élasticité relatif.

$$\eta/\eta_2 \sim (E_2/E_1) \left(\frac{H_2}{H_1} \right)^2$$



Pour vérifier de cette formule nous avons fabriqué des éprouvettes avec des plaques d'aluminium de trois millimètres d'épaisseur collées par l'araldite sur une feuille d'armodur un millimètre d'épaisseur.

De l'équation de Kerwin on a :

$$\eta \sim \left(\frac{E_2}{E_1} \right) (H_2/H_1)^2 \eta_2$$

dans cette formule

E_2 = module d'élasticité armodur à la température t

E_1 = module d'élasticité d'aluminium à la température t

H_2 = l'épaisseur de l'armodur

H_1 = l'épaisseur de l'aluminium

η_2 = coefficient de perte de l'armodur à la température t

Nous avons déjà présenté la variation de frottement interne et du module d'élasticité de l'aluminium E_1 à la figure (17) et celle de l'armodur à la figure (18). On prend la valeur de E_1 à la figure (17) et les valeurs de E_2 , η_2 à la figure (19) à la température t la valeur de H_2/H_1 pour cette éprouvette est égale à $1/3$. En remplaçant les valeurs de E_1 , E_2 , η_2 et $\frac{H_2}{H_1}$ par 0,111 à la température t dans l'équation de Kerwin, on calcule la valeur de η en fonction de la température. Le tableau (6) donne les valeurs de η en fonction de la température.

Tableau (6)

$$(H_2/H_1)^2 = 0,111$$

Température	$E_1 \cdot 10^{-10}$	$E_2 \cdot 10^{-10}$	$\frac{E_2}{E_1} \times 10^2$	$\tau_2 \times 10^2$	$\tau \times 10^4$
10	6,87	0,253	3,68	2,49	1,08
25	6,85	0,249	3,65	1,78	0,722
30,50	6,82	0,241	3,53	1,67	0,652
40,5	6,79	0,228	3,37	2,04	0,765
46	6,76	0,214	3,17	2,3	0,810
52	6,74	0,198	2,94	3,3	1,08
57,5	6,66	0,173	2,59	7,39	2,12
59,5	6,68	0,161	2,42	10,61	2,85

Nous avons mesuré la variation du coefficient de perte en fonction de la température pour cette éprouvette. En traçant les deux courbes théoriques (les valeurs de η sont données par le tableau (6)) et celle expérimentale fig. (20), nous avons remarqué que le sens de la variation des deux courbes est le même, mais les valeurs du coefficient de perte ne sont pas les mêmes. Nous avons noté qu'en multipliant par la constante K, d'une valeur égale à 50, l'équation de Kerwin, les valeurs obtenues sont environ différentes de 10 % de celles obtenues par l'expérience. L'équation de Kerwin peut nous aider pour trouver un matériau d'amortissement avec le coefficient de perte maximum.

IV.3. EPROUVETTE NID D'ABEILLE ET ALUMINIUM TYPE B.

Nous avons choisi le Nid d'abeille (Nid A.ACG-3-40) avec la caractéristique suivante :

- densité nominale 90 Kg/m^3
- résistance à la compression 61 bars
- résistance au cisaillement (sens L) 45 bars
- résistance au cisaillement (sens l) 25 bars
- Module de cisaillement (sens L) 5.800 bars
- Module de cisaillement (sens l) 2.600 bars

Pour fabriquer des éprouvettes pour notre essai, les panneaux du Nid d'abeille sont collés de chaque côté par de l'araldite entre deux plaques d'aluminium, les axes du Nid d'abeille sont perpendiculaires aux deux plaques d'aluminium fig.(21). Nous avons étudié la variation de frottement interne et du module d'élasticité en flexion en fonction de la température sur sand Wichde différentes épaisseurs d'aluminium et de Nid d'abeille. Les éprouvettes ont les dimensions suivantes :

largeur 25 mm, longueur 212 mm et les épaisseurs du Nid d'abeille sont $h = 5 \text{ mm}$, 10 mm et celles de l'aluminium $0,5 \text{ mm}$ et 1 mm .

Les différentes éprouvettes de Nid d'abeille et d'aluminium
que nous avons fabriquées sont sandwich de :

B ₁	-	0,5 mm	aluminium	+	5 mm	Nid d'abeille	+	0,5 mm	aluminium
B ₂	-	1 mm	"	+	5 mm	"	+	1 mm	"
B ₃	-	0,5 mm	"	+	10 mm	"	+	0,5 mm	"
B ₄	-	1 mm	"	+	10 mm	"	+	1 mm	"



IV.4. FROTTEMENT INTERNE DANS LES EPROUVETTES B.

Dans la première série de notre étude sur la variation de frottement interne en fonction de la température, pour échantillonner nous avons choisi trois éprouvettes de la même dimension de différents panneaux pour comparer les différentes valeurs de $\text{tg } \delta$ pour chaque température, nous avons constaté que ces différentes valeurs de $\text{tg } \delta$ sont guère moins de 5% de la valeur de $\text{tg } \delta$ de chaque température. Ces différentes valeurs peuvent s'engendrer à cause de collage et fabrication des éprouvettes.

Pour la deuxième série d'étude nous avons étudié la variation du frottement interne et du module d'élasticité des éprouvettes B_1, B_2, B_3 et B_4 en fonction de la température. Les figures (22), (23), (24), (25) montrent la présence d'un pic de frottement interne pour les quatre éprouvettes.

On note que la variation de leur module d'élasticité global en flexion est décroissante et on remarque aussi que dans l'intervalle du pic de frottement interne la diminution de la valeur du module d'élasticité global en flexion est plus accentuée.

Les hauteurs du Nid d'abeille des éprouvettes B_1 et B_2 sont égales mais les épaisseurs de revêtement d'aluminium sont différentes. En comparant les courbes de la fig.(22), on remarque que la valeur maximale du pic de frottement interne de l'éprouvette B_1 est situé à une température légèrement plus élevée que celle de l'éprouvette B_2 , les valeurs maximales sont très peu différentes. On note aussi que la valeur de $\text{tg } \delta$ sur la branche descendante du pic de l'éprouvette B_1 est plus grande que celle de B_2 . En comparant les courbes obtenues pour les éprouvettes d'âme identique on peut conclure que :

Fig 22

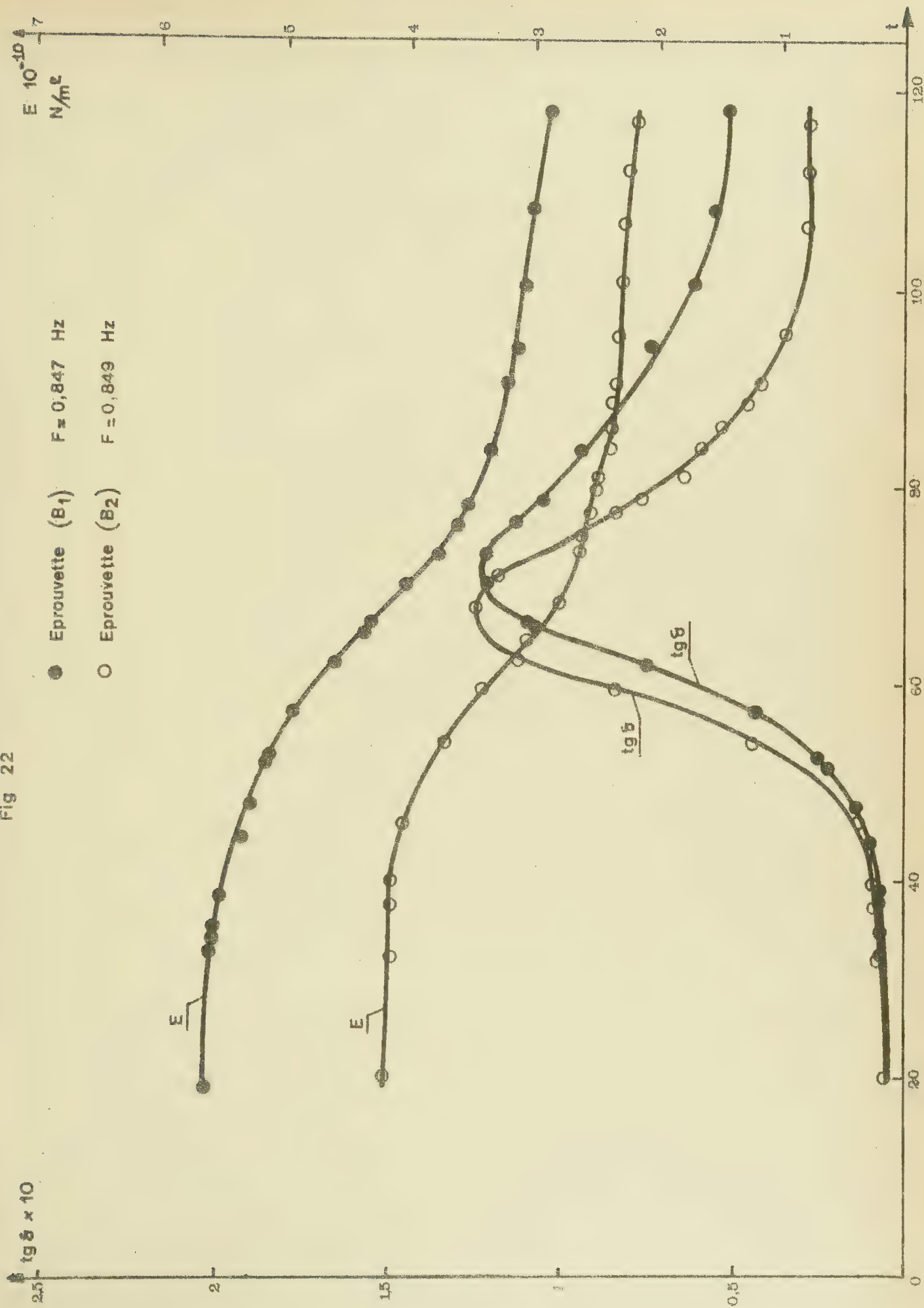
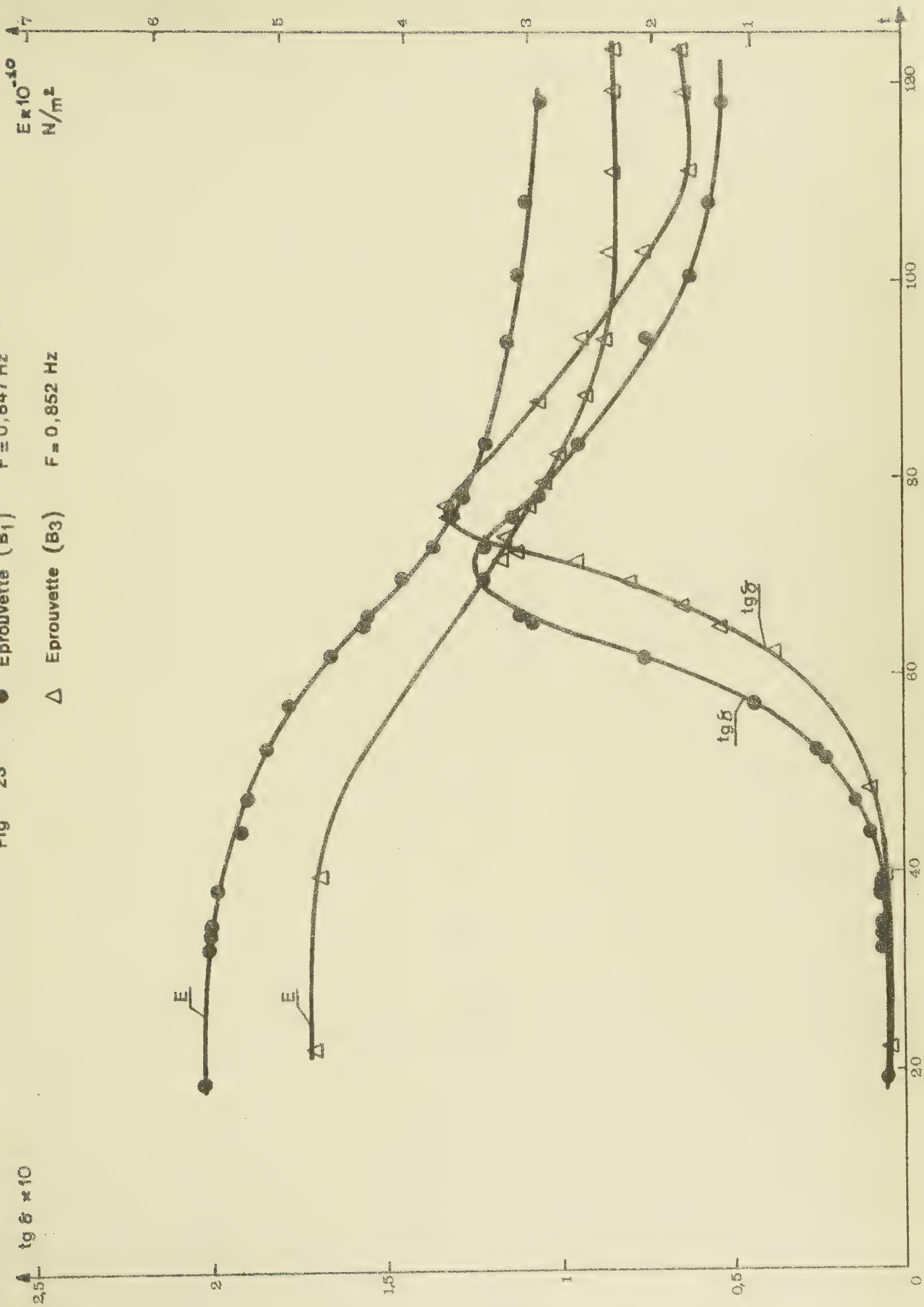
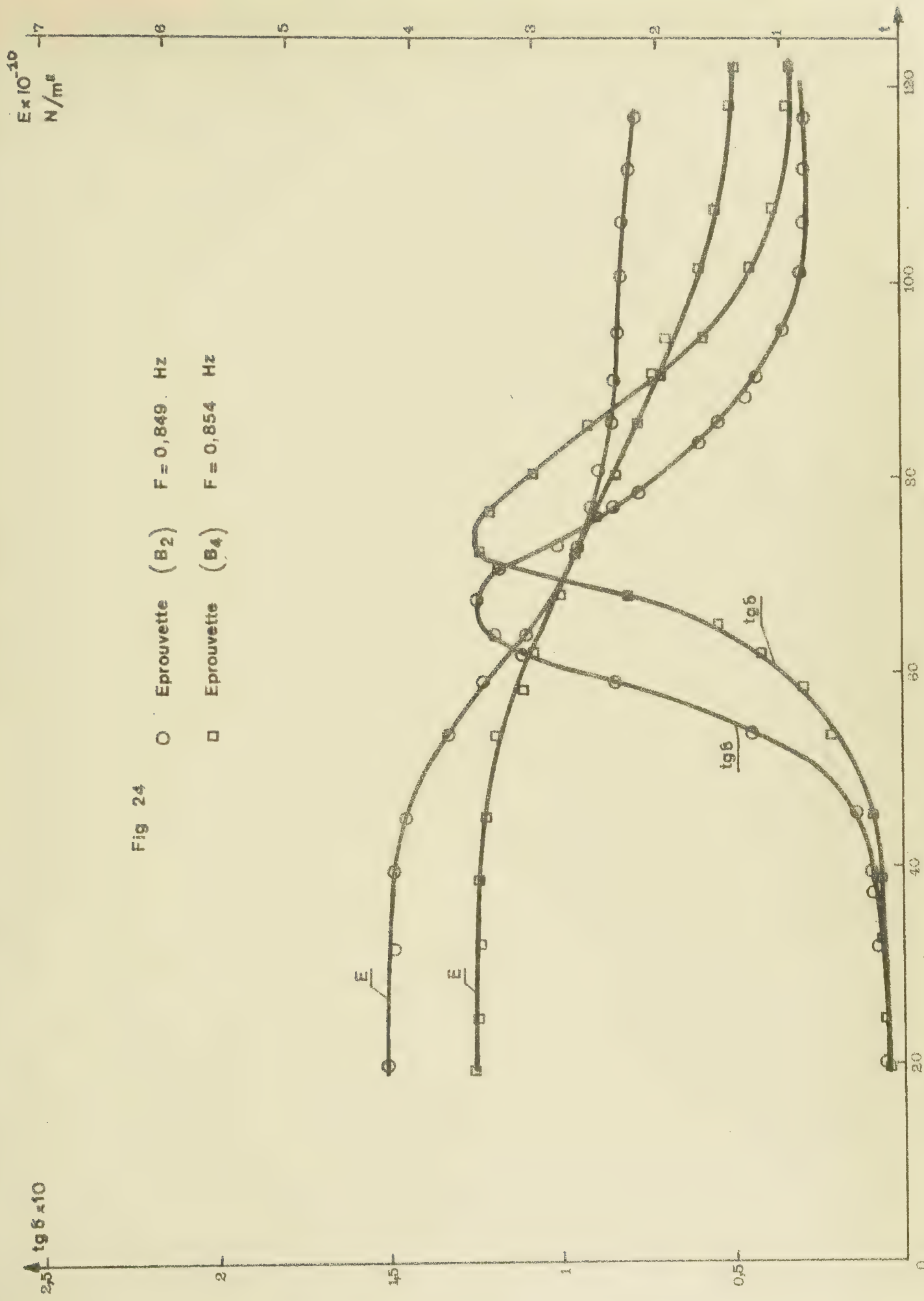
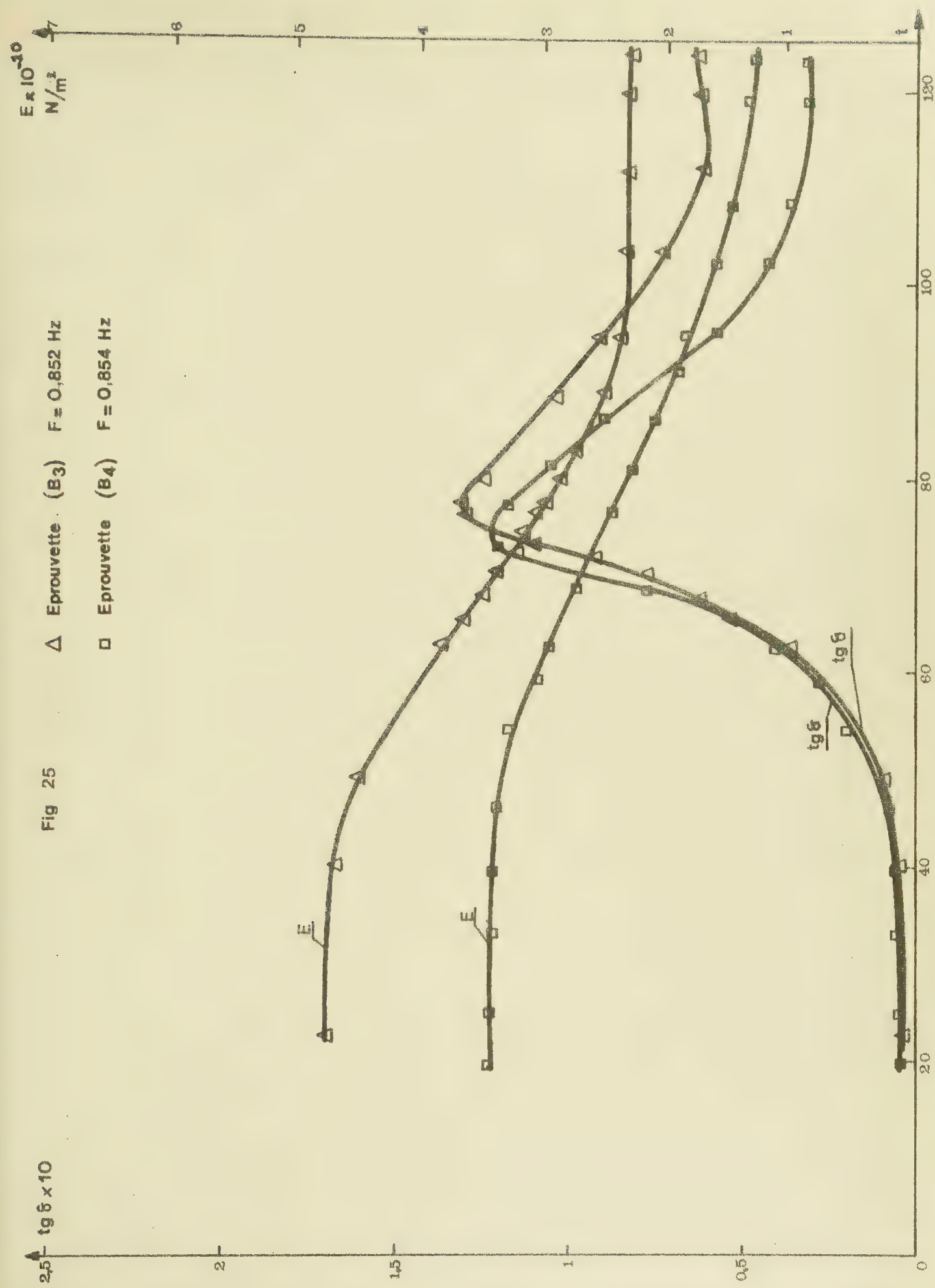


Fig 23

● Eprouvette (B₁) F = 0,847 Hz
 △ Eprouvette (B₃) F = 0,852 Hz







1. La valeur maximale du pic de l'éprouvette avec le revêtement épais se trouve à une température légèrement plus basse que celle avec le revêtement mince.
2. La valeur de $\text{tg } \delta$ pour les températures, croissantes au delà du pic pour l'éprouvette avec le revêtement mince est plus grande que celle avec le revêtement épais.
3. Les courbes de la fig(22)montrent qu'en augmentant l'épaisseur du revêtement de l'éprouvette, la valeur du module d'élasticité global en flexion diminue. On retrouve ces résultats sur la figure (25).
Les éprouvettes B_1 et B_3 ont la même épaisseur de revêtement d'aluminium et des hauteurs d'âme différentes (Nid d'abeille).

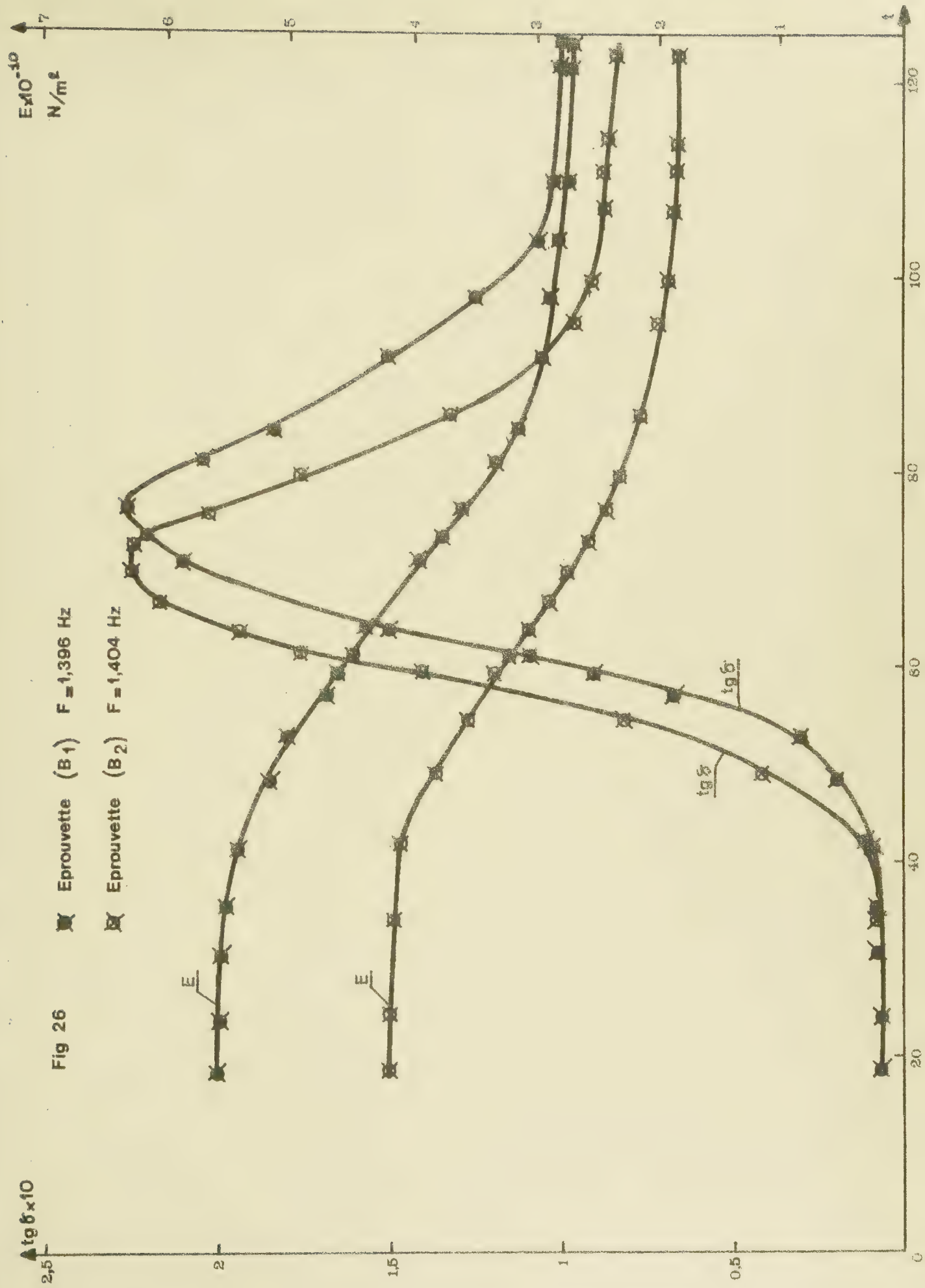
En comparant les courbes de variation de $\text{tg } \delta$ et E en fonction de la température (figure (23)) on peut dégager les résultats suivants :

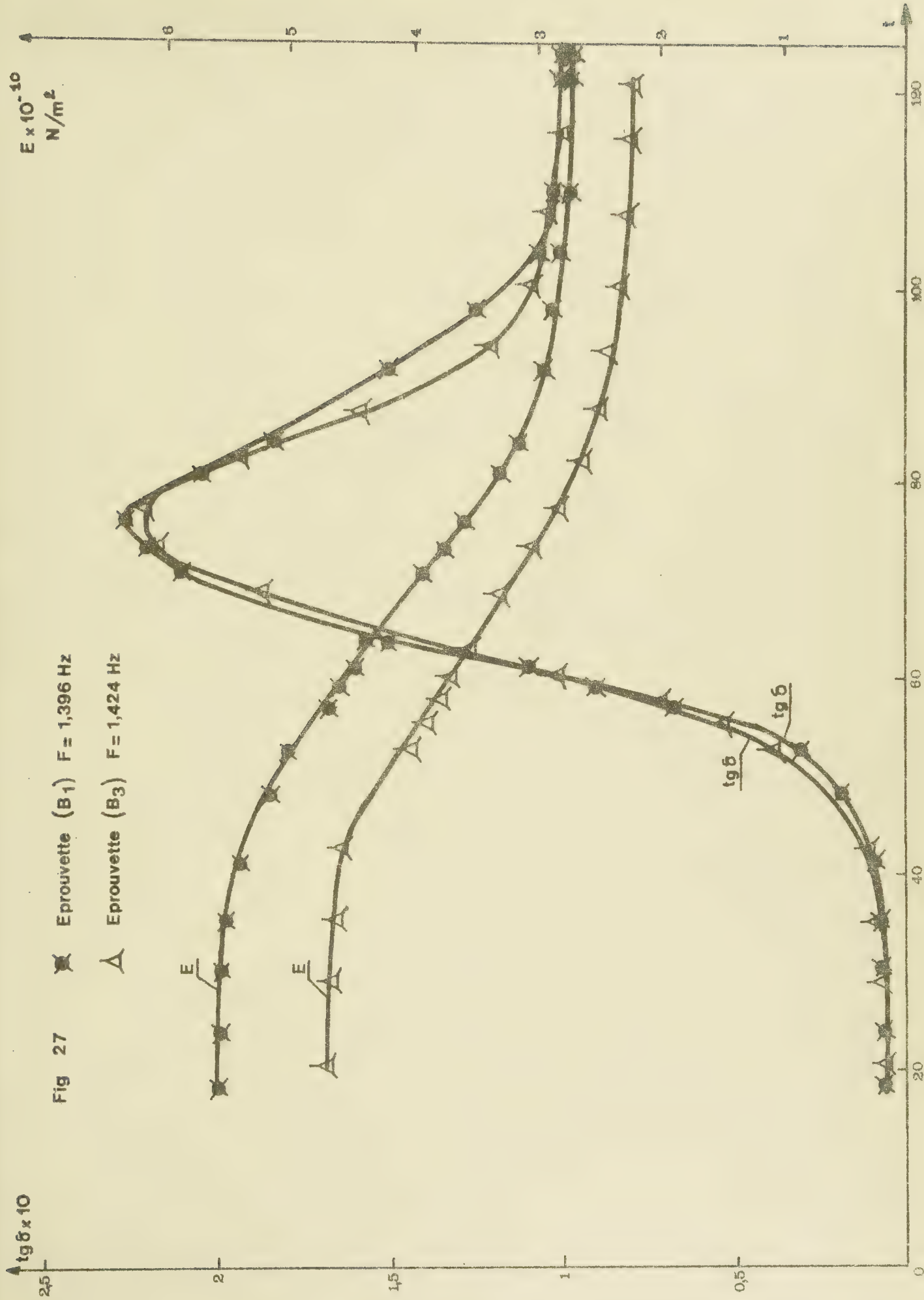
1. La valeur maximum du pic de frottement interne de l'éprouvette à l'âme mince se trouve à une température un peu plus basse que celle de l'âme épaisse.
2. La partie de courbe qui se trouve avant le point maximum du pic montre que la valeur de $\text{tg } \delta$ pour chaque température est plus petite pour l'âme épaisse que pour l'âme mince.
3. En diminuant l'épaisseur de l'âme la valeur du module d'élasticité global en flexion augmente.

Les mêmes résultats sont obtenues sur la figure (24)

En modifiant la longueur du pendule, nous avons changé sa fréquence. En étudiant la variation du frottement interne et de module d'élasticité en flexion pour cette fréquence, nous avons trouvé les figures (26), (27), (28), (29) pour les éprouvettes B_1, B_2, B_3 et B_4 .

En comparant les courbes obtenues pour $\text{tg } \delta$ et E pour cette fréquence à celles obtenues pour la fréquence précédente, les figures (30), (31), (32), (33) on a constaté que :



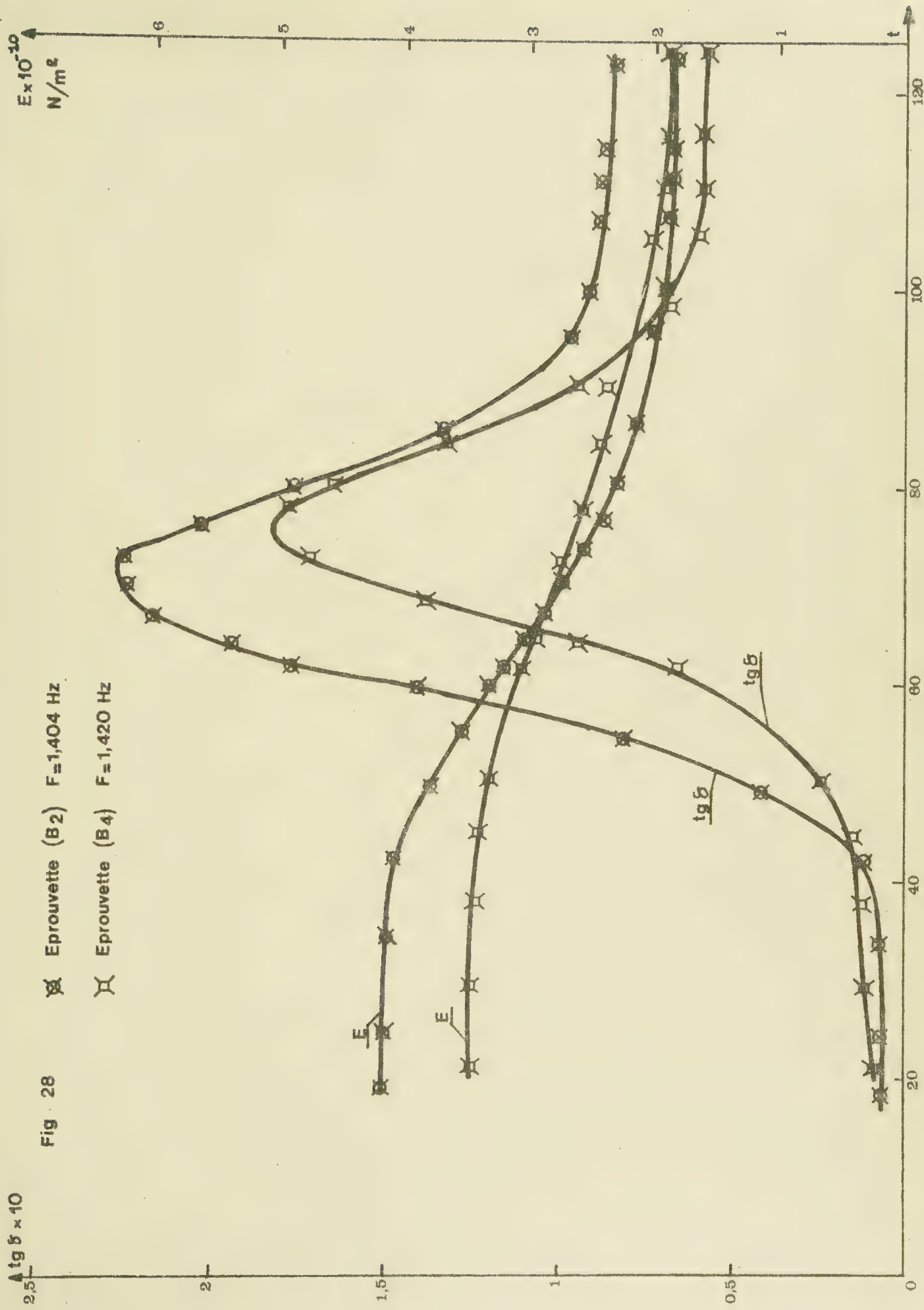


$\Delta \text{tg } \delta \times 10$

Fig 28

⊗ Eprouvette (B2) $F=1,404$ Hz

⊗ Eprouvette (B4) $F=1,420$ Hz



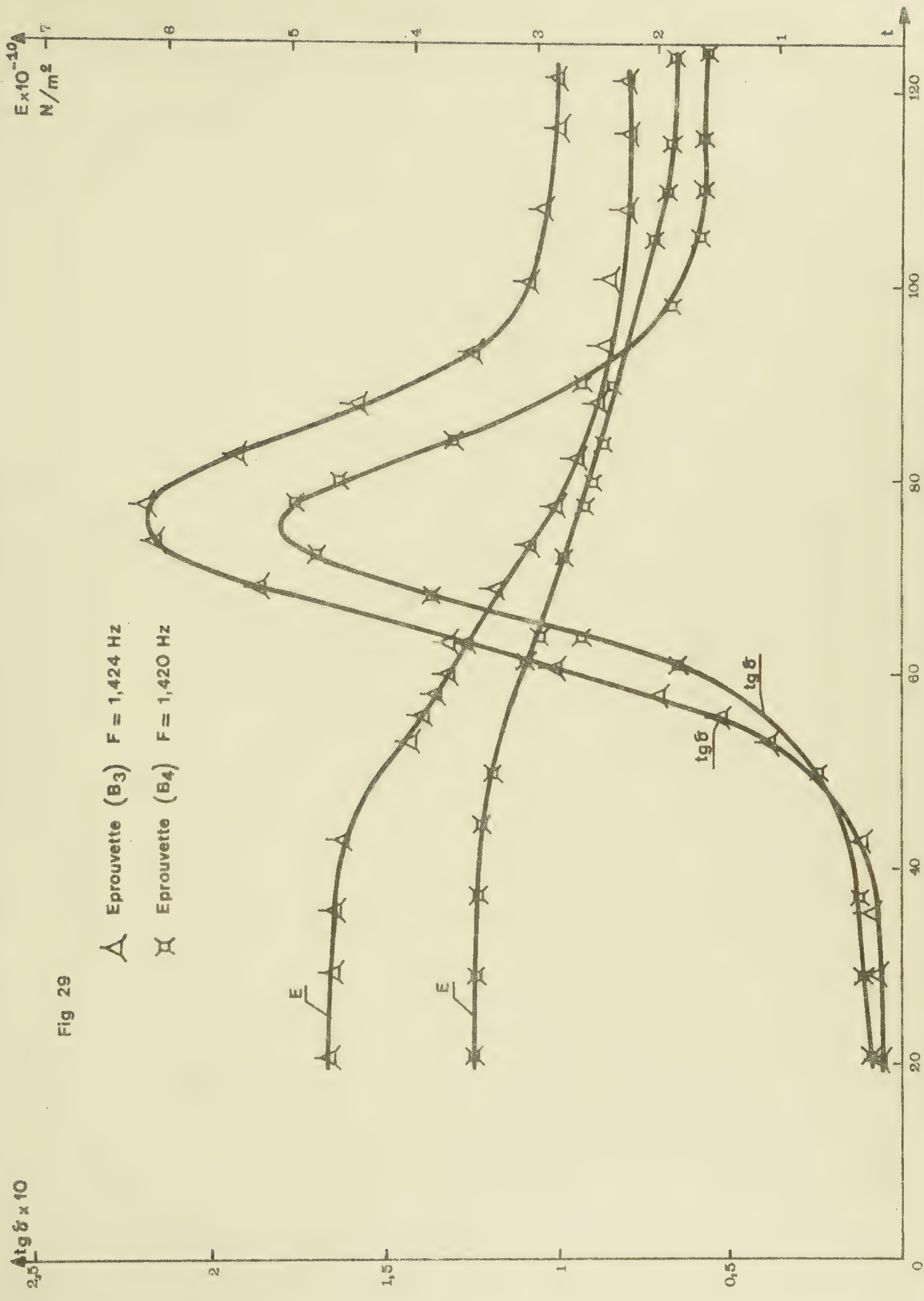


Fig 29

Δ Eprouvette (B3) $F = 1,424 \text{ Hz}$
 $\times$ Eprouvette (B4) $F = 1,420 \text{ Hz}$

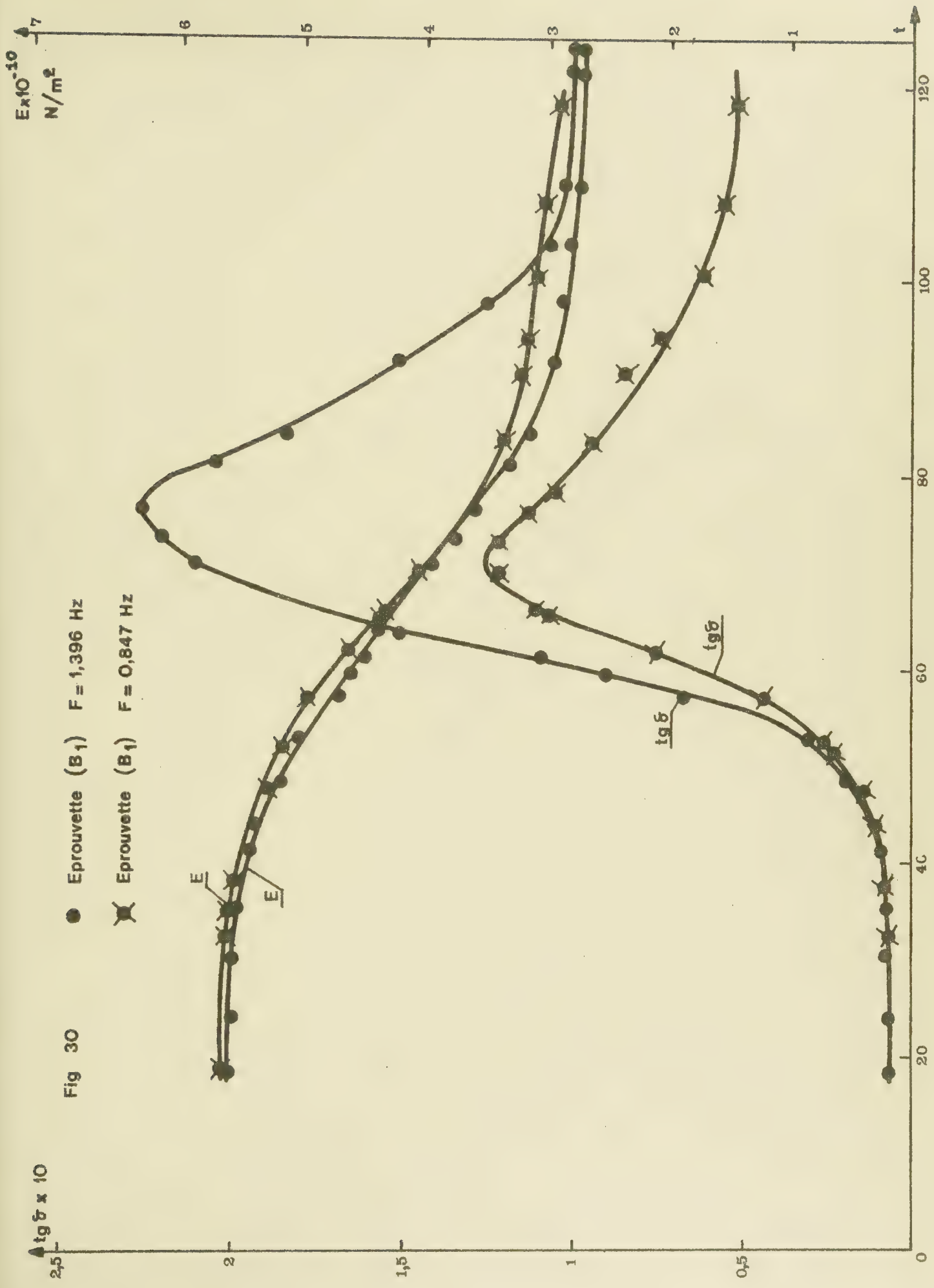
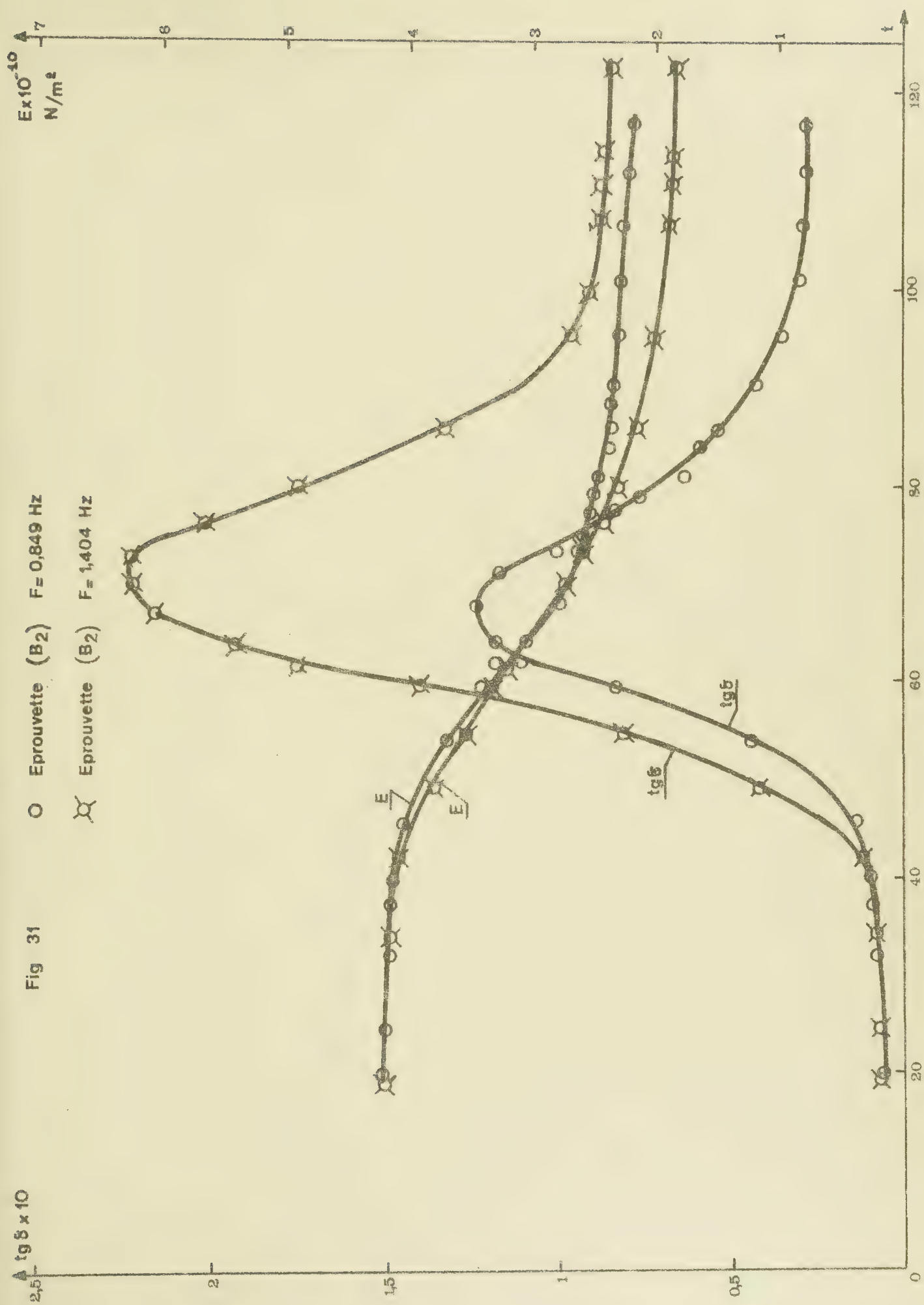
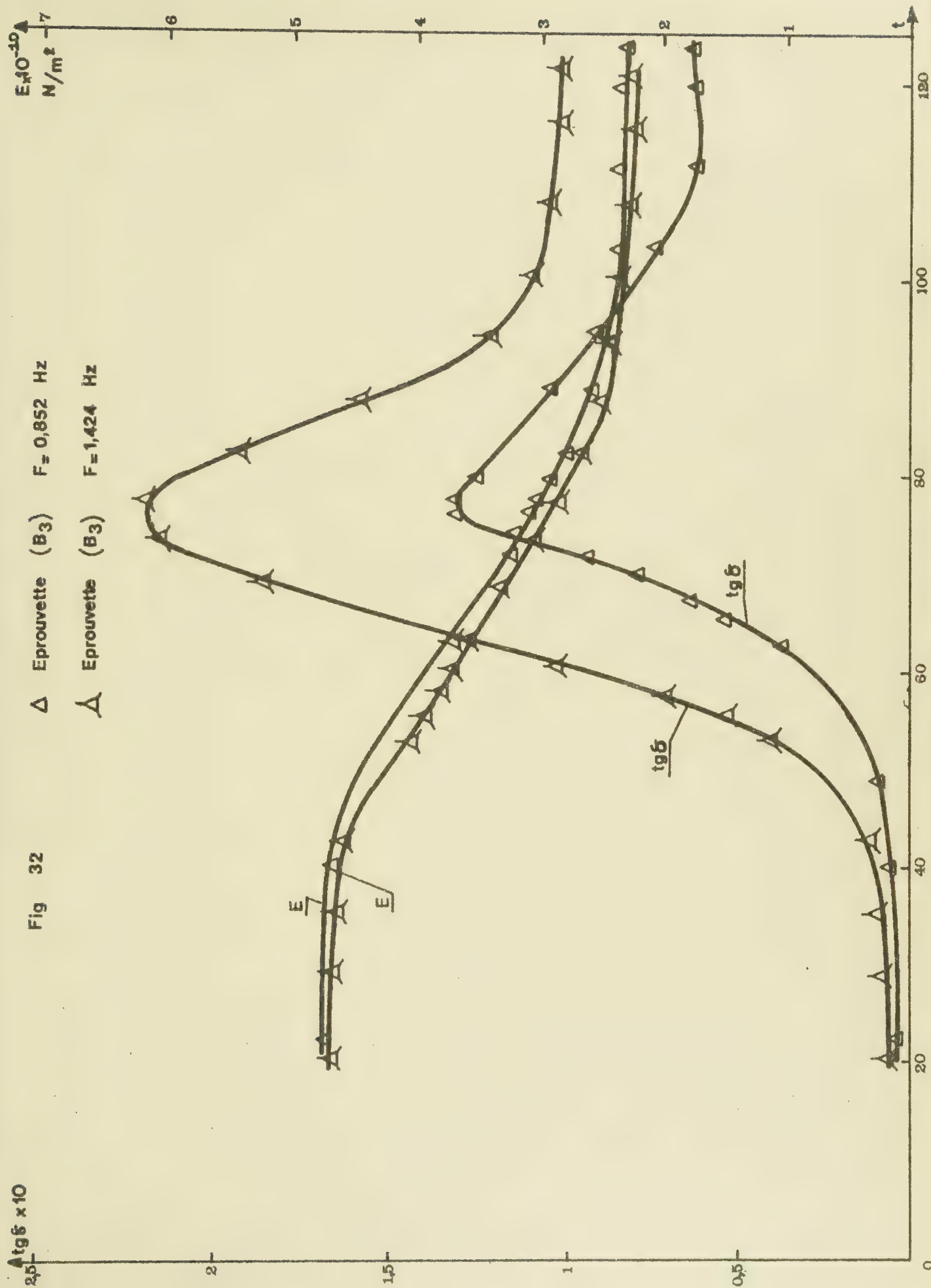


Fig 30





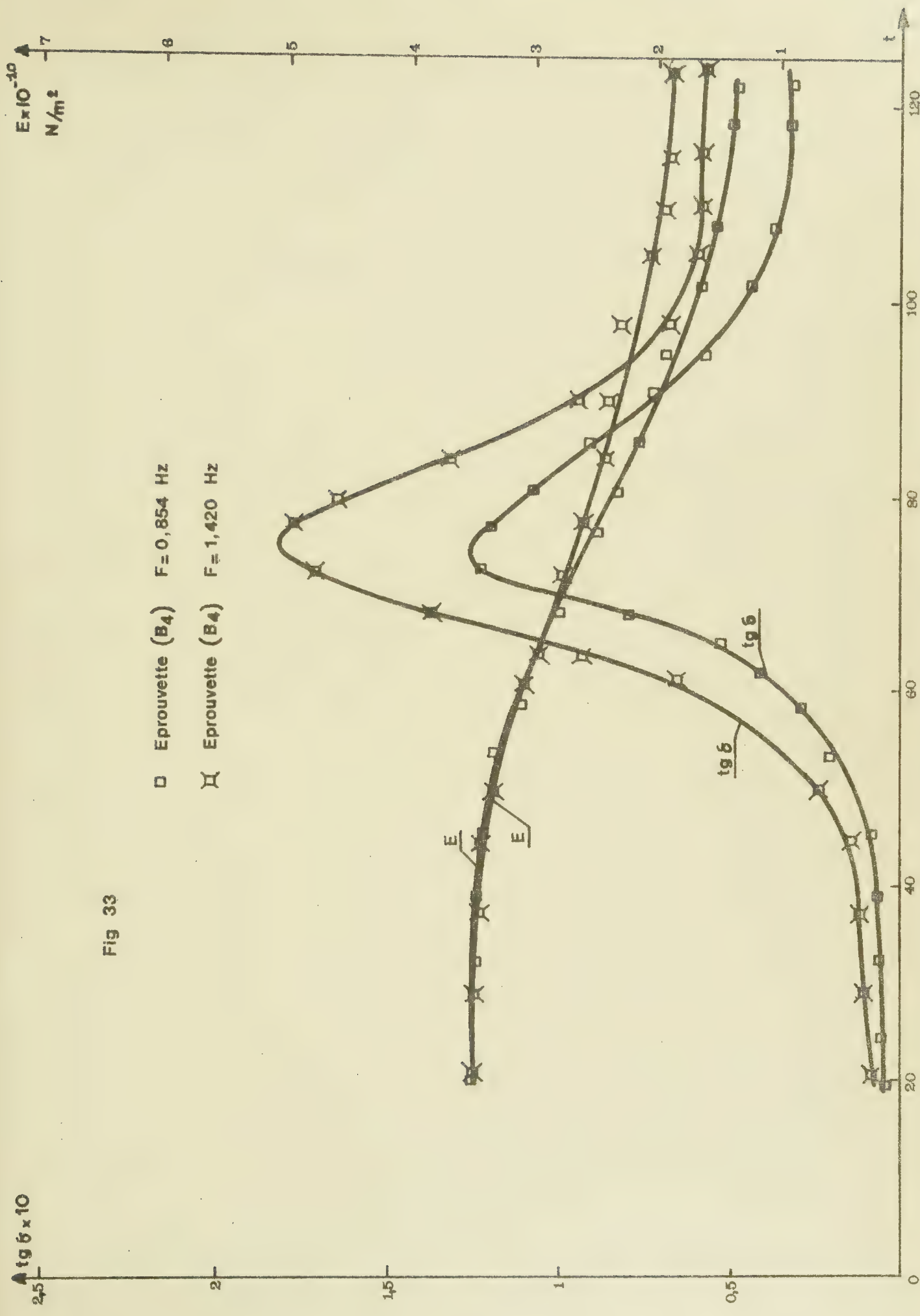


Fig 33

1. En augmentant la fréquence du pendule, la valeur de $\tan \delta$ augmente, cette différence est plus sensible après 40°C.
2. En comparant entre elles les courbes obtenues avec cette nouvelle fréquence, nous avons retrouvé les résultats déjà décrits pour la fréquence précédente.

IV.5. DISCUSSION SUR LES RESULTATS OBTENUS AVEC LES EPROUVETTES B.

Nous avons remarqué qu'en augmentant l'épaisseur du revêtement de l'éprouvette pour les éprouvettes d'âme identique la valeur du module d'élasticité global en flexion diminue, on a noté aussi qu'en diminuant l'épaisseur de l'âme pour les éprouvettes dont les épaisseurs de revêtement sont identiques, la valeur du module d'élasticité global en flexion augmente. Pour vérifier ces résultats pour les éprouvettes B_1, B_2, B_3, B_4 , nous avons mesuré la valeur de E par la méthode en flexion statique sur deux appuis simple à la température ambiante, le tableau (7) donne les valeurs du module d'élasticité global en flexion par cette méthode.

La force agissant au milieu des éprouvettes $F = 2 \text{ Kg}$

Longueur des éprouvettes $l = 0,5 \text{ m}$

Tabelau (7)

type	épaisseur du revêtement mm	épaisseur de l'âme mm	$I \times 10^{+10}$ m ⁴	$I \times 10^3$ m	$E \times 10^{-10}$ N/m ²
B_1	0,5	5,8	2,616	2,41	8,12
B_2	1	5,8	5,60	1,44	6,35
B_3	0,5	10,8	8,13	0,80	7,22
B_4	1	10,8	18,17	0,48	5,87

Ces valeurs justifient les résultats obtenus par la méthode pendulaire (IV.4). Les valeurs de E des éprouvettes B_1, B_2, B_3, B_4 trouvées par la méthode en flexion sur deux appuis simple sont plus grandes

que celles obtenues par la méthode pendulaire. Pour calculer la valeur globale du module d'élasticité, on doit tenir compte de l'influence de l'encastrement pour chaque type d'éprouvettes composites B_1, B_2, B_3 et B_4 .

Par la méthode de flexion sur deux appuis simple nous avons mesuré la flèche pour différentes forces agissant au milieu de l'éprouvette tableau (8), nous avons remarqué que la variation de la flèche en fonction de la force est à 1 % près proportionnelle pour les éprouvettes B_1, B_2, B_3, B_4 . Ce résultat est en accord avec la loi de Hooke.

Longueur de l'éprouvette $l = 0,5$ mètre

type	épaisseur du revêtement mm	épaisseur de l'éprouvette mm	force Kg	flèche au centre mm
B_1	0,5	6,8	1	1,20
B_1	"	"	2	2,41
B_1	"	"	5	6,02
B_2	1	7,8	1	0,72
B_2	"	"	2	1,44
B_2	"	"	5	3,64
B_3	0,5	11,8	1	0,40
B_3	"	"	2	0,80
B_3	"	"	5	2,02
B_3	"	"	10	4,01
B_4	1	12,8	1	0,24
B_4	"	"	2	0,48
B_4	"	"	5	1,19
B_4	"	"	10	2,37

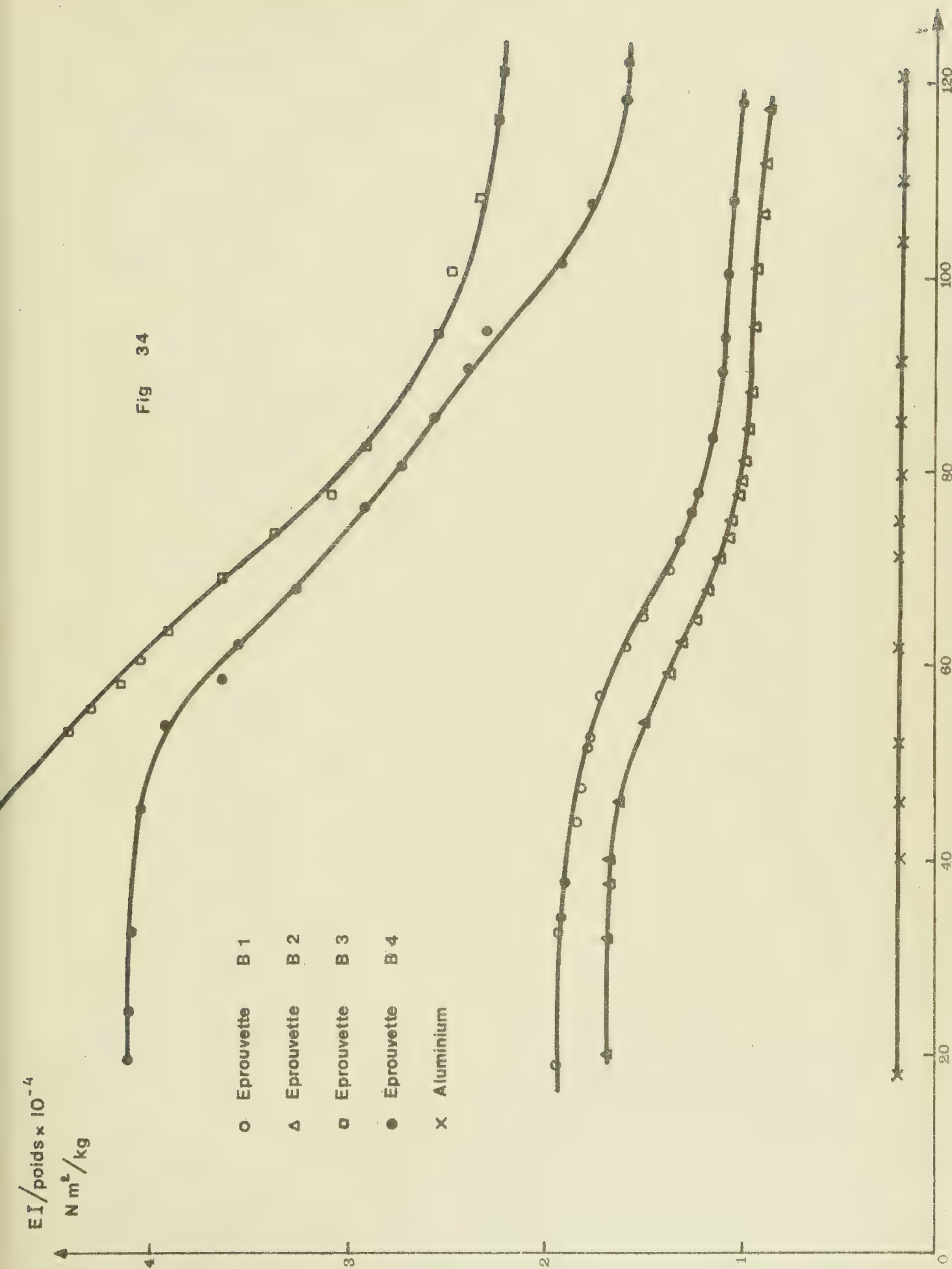
Tableau (8)

$EI/\text{poids} \times 10^{-4}$

$\text{N m}^2/\text{kg}$

Fig 34

- Eprouvette B 1
- △ Eprouvette B 2
- Eprouvette B 3
- Eprouvette B 4
- × Aluminium



pour comparer la valeur du rapport de la rigidité au poids (EI/poids) des éprouvettes B_1, B_2, B_3, B_4 avec celle de l'aluminium en fonction de la température fig (34), les courbes montrent que pour la même rigidité l'éprouvette en sandwich de Nid d'abeille est beaucoup plus légère que celle d'aluminium en section rectangulaire. Elles montrent aussi qu'en augmentant l'épaisseur de l'âme la variation de la valeur de EI/poids augmente.

Pour vérifier l'influence de l'encastrement sur la valeur de $\text{tg } \delta$, nous avons remplacé l par $l + \Delta l$ dans l'équation (33) nous avons donné à Δl les valeurs de zéro jusqu'à 25 mm et nous avons calculé la valeur de $\text{tg } \delta$, tableau (9) montre que la différence entre les valeurs de $\text{tg } \delta$ n'est pas supérieure à 0,3%, on peut dire que l'influence de l'encastrement sur la valeur de $\text{tg } \delta$ est négligeable.

Tableau (9)

type	Δl	$L + \Delta l$	$\text{tg } \delta \times 10^{-3}$
B_1	0	0,167	6,300
B_1	8	0,195	6,292
B_1	11	0,198	6,288
B_1	18	0,205	6,284
B_1	20	0,207	6,283
B_1	22	0,209	6,281
B_1	23	0,210	6,279
B_1	25	0,212	6,278

IV.5. ÉPROUVETTE D'ABEILLE ET ARMODUR (C).

Dans cette série de notre étude nous avons choisi le nid d'abeilles ALB-3-40 pour fabriquer les éprouvettes composites avec un revêtement de matière viscoélastique. Les éprouvettes sont constituées de deux plaques d'armodur (matière viscoélastique) de 1,5 mm d'épaisseur collées avec l'araldite des deux côtés du Nid d'abeille. Les éprouvettes ont 25 mm de largeur et 212 mm de longueur fig.(35). Les dimensions de cette série d'éprouvettes sont :

C₁ - 1,5 mm d'armodur + 5 mm Nid d'abeille + 1,5 mm d'armodur

C₂ - 1,5 mm " + 10 mm " " + 1,5 mm "

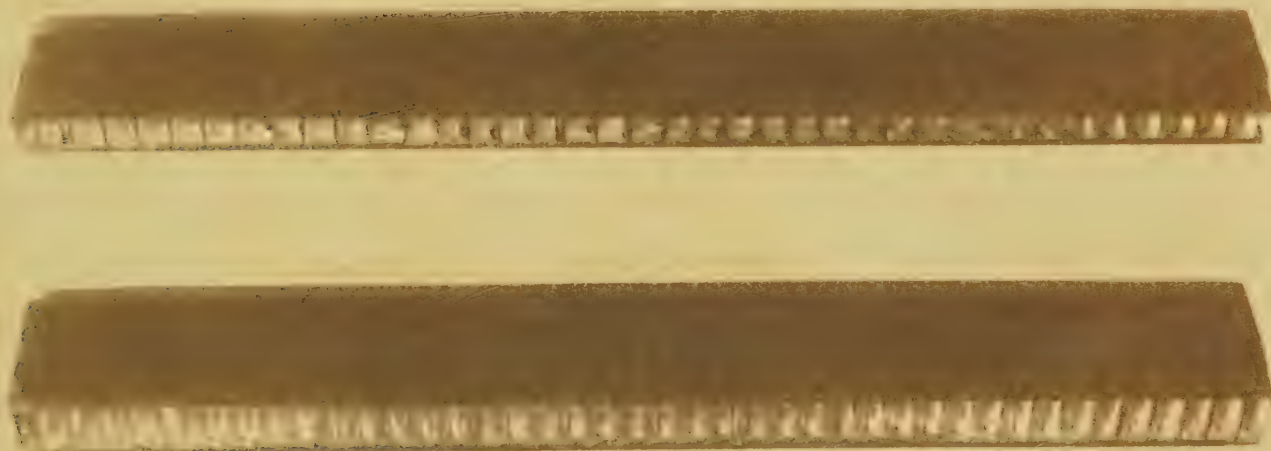


Figure 135

IV. 7. FROTTEMENT INTERNE DANS LES EPROUVETTES C.

Pour cette série d'éprouvettes nous avons analysé la variation du frottement interne et du module d'élasticité en flexion en fonction de la température figure (36) . L'épaisseur de revêtement des deux éprouvettes C_1 et C_2 sont identiques la comparaison des courbes obtenues montre que :

- 1 - les deux courbes $\text{tg } \delta$ présentent un pic vers 55° C environ.
- 2 - après le point maximum du pic la valeur de $\text{tg } \delta$ pour chaque température pour l'éprouvette à âme mince est plus élevée que celui correspondant à l'âme épaisse.
- 3 - la valeur du module d'élasticité en flexion pour l'éprouvette avec l'âme mince est plus grande que celle avec l'âme épaisse.

Dans la deuxième série de l'étude sur les éprouvettes C, nous avons changé la fréquence du pendule en diminuant la longueur du pendule. Pour cette fréquence nous avons étudié la variation de frottement interne et du module d'élasticité en flexion par rapport à la température figure (37), par comparaison les courbes obtenues figure(37) on retrouve les remarques précédentes. Les figures (38), (39), montrent que :

- 1 - en augmentant la fréquence, la valeur de $\text{tg } \delta$ augmente tandis que la valeur du module d'élasticité en flexion diminue.

Comme il a été dit plus haut nous avons analysé les variations de $\text{tg } \delta$ et E pour l'armodur seul, on a remarqué qu'à environ 60°C l'armodur se comporte comme la caoutchouc il n'est pas possible de mesurer $\text{tg } \delta$ et E au delà de cette température. Mais en fabriquant les matériaux composites avec armodur comme revêtement d'âme Nid d'abeille on a constaté que :

- 1- Les mesures pouvant être effectuées jusqu'à 120°C
- 2- Le rapport rigidité/poids est plus grand que celle de l'armodur seul.

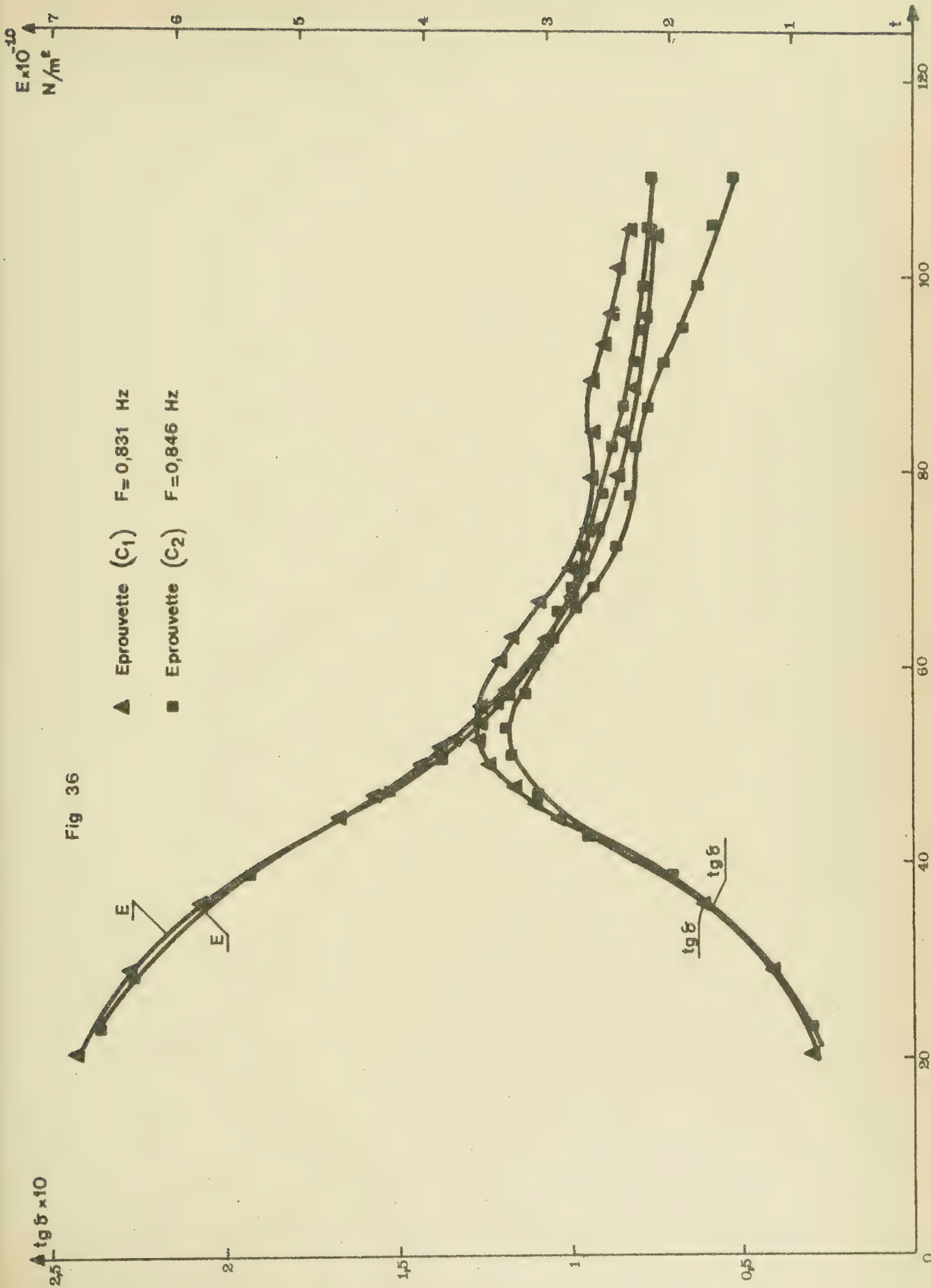
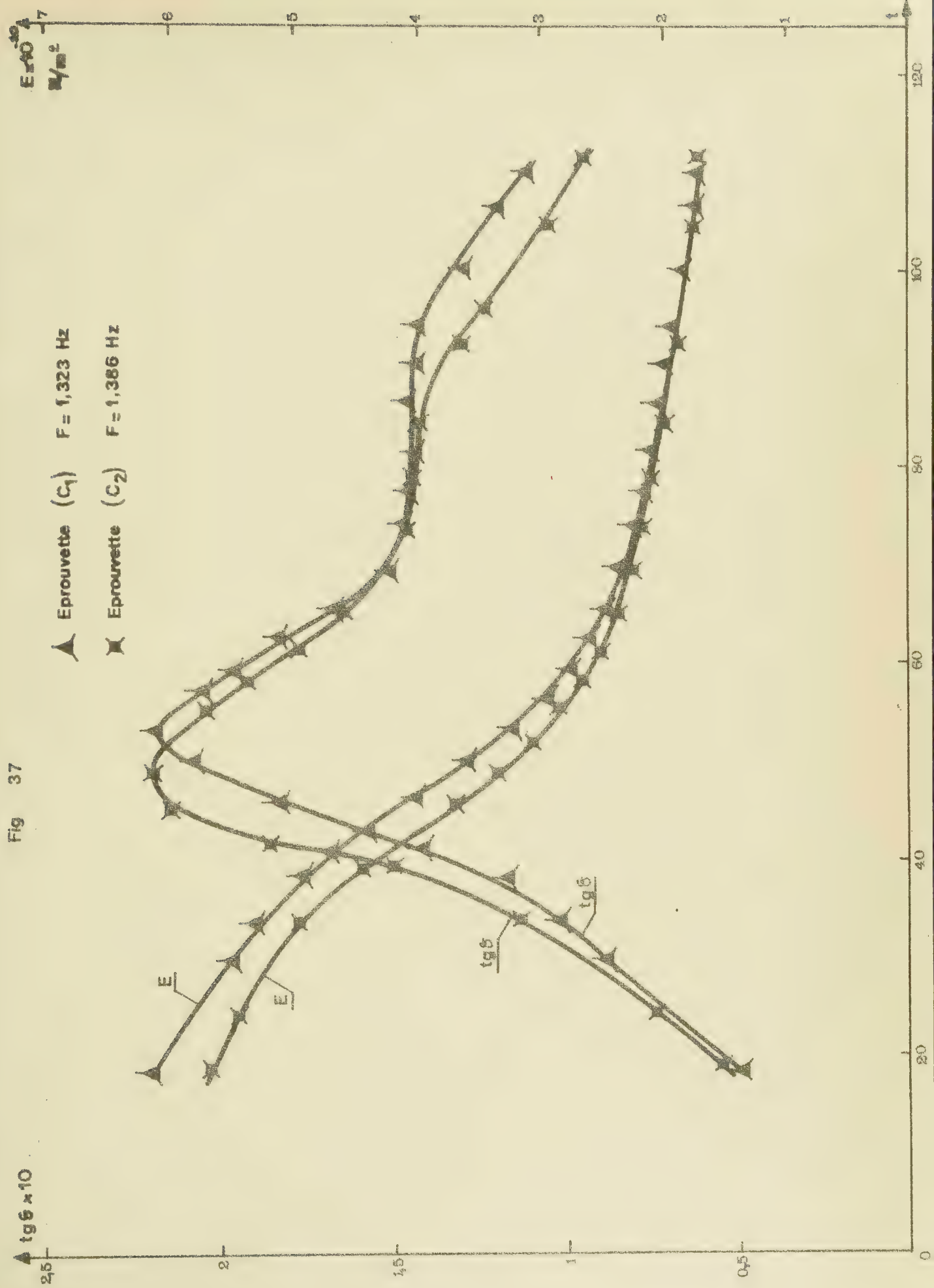
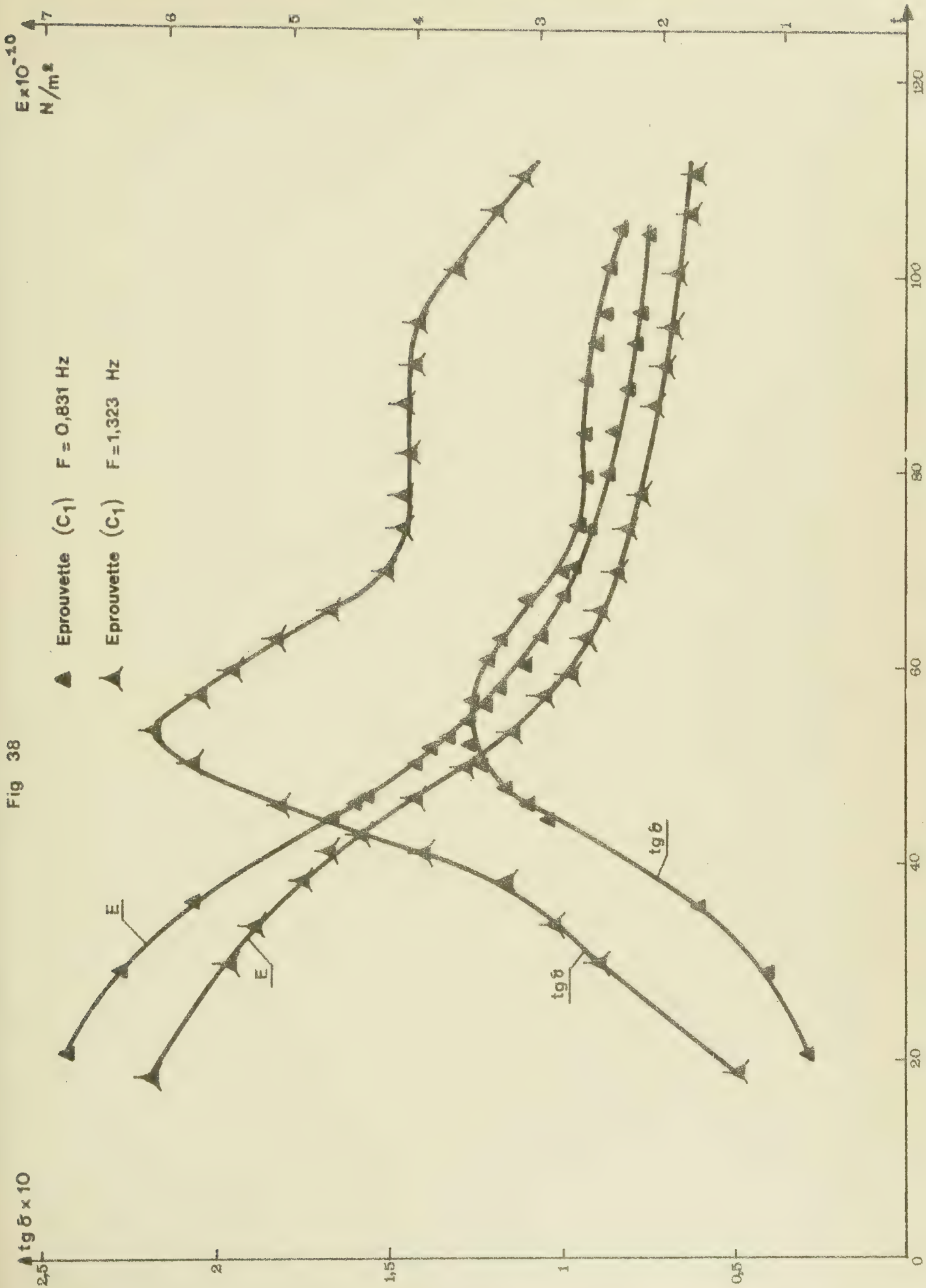
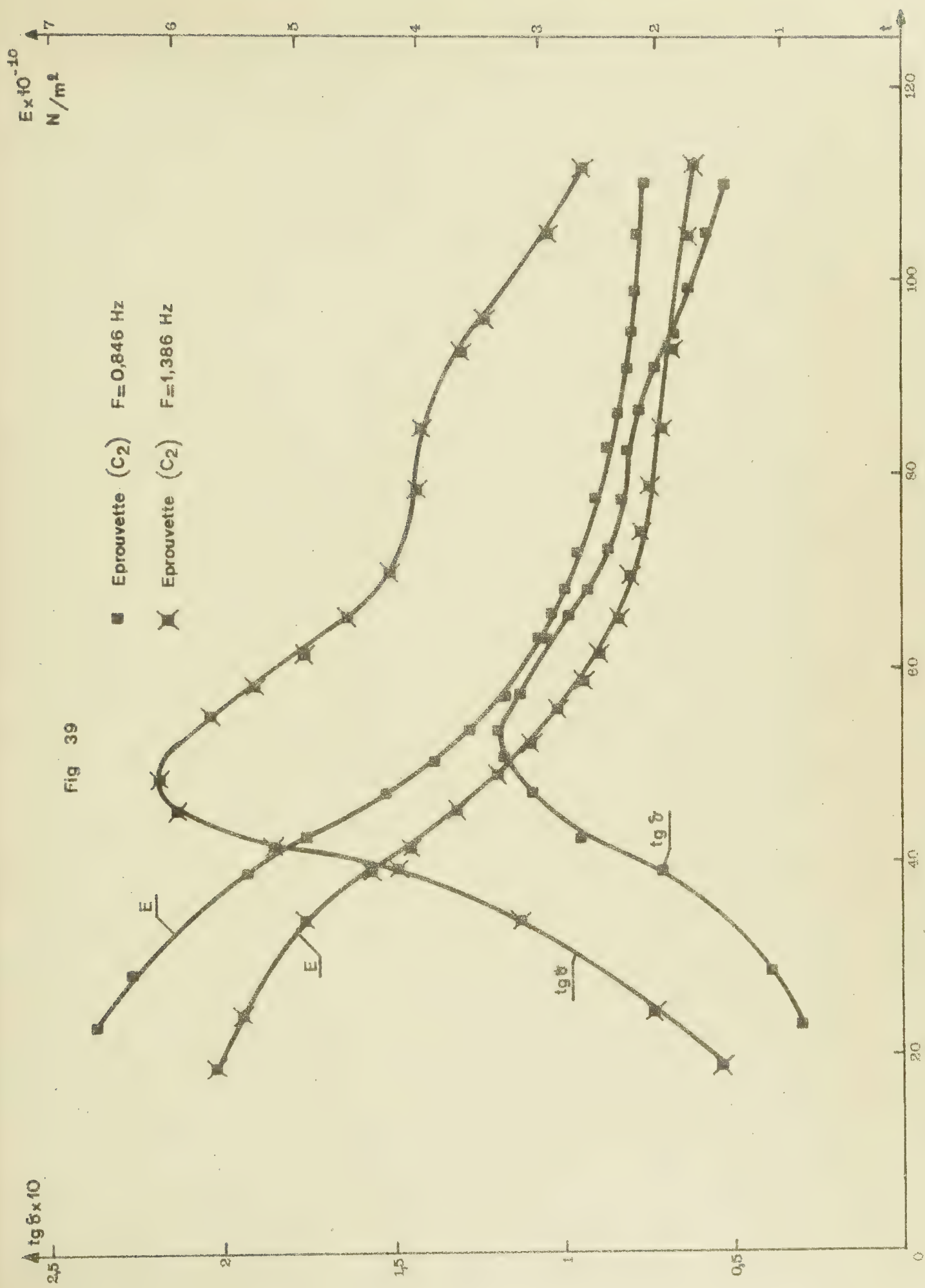


Fig 36

Fig 37







B. ETUDE EXPERIMENTALE EN FLEXION LIBRE.

IV.8. EVOLUTION DU FROTTEMENT INTERNE EN FONCTION DE LA FREQUENCE.

L'appareil de mesure de frottement interne basé sur la mesure de l'amortissement des oscillations libres de la poutre en vibration transversales est disposé par le laboratoire de Mécanique de l'E.N.S.E.M. Nous avons choisi ce système pour mesurer l'évolution du frottement interne en fonction de la fréquence de l'éprouvette (A).

Les lignes nodales d'éprouvette sont positionnées sur deux fils de nylon et le compteur est réglé pour les conditions optimales $V_1 = 6$ Volts $V_2 = 3$ Volts et niveau forcé $E = 10$ Volts.

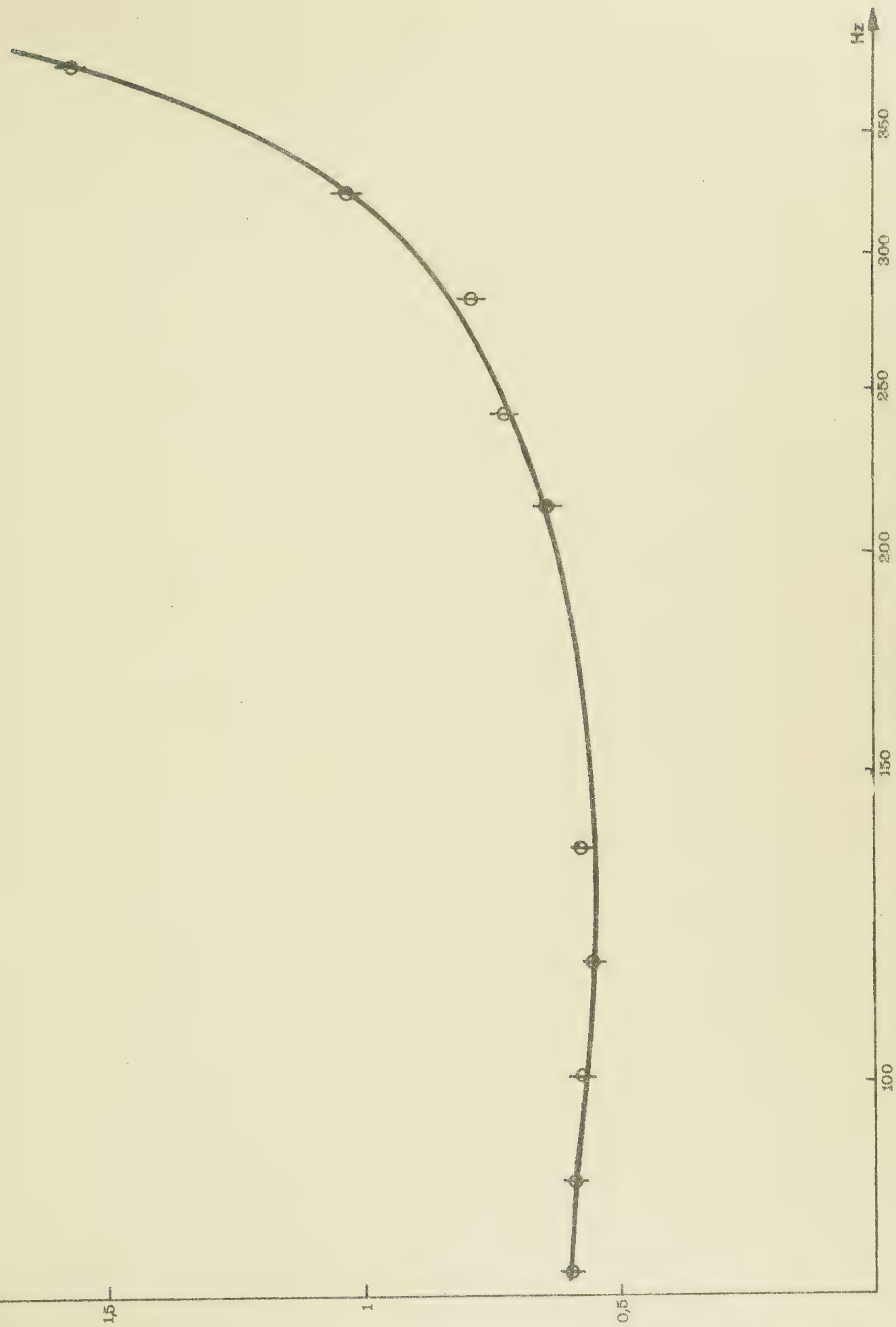
La modification des dimensions de l'éprouvette (épaisseur, largeur, longueur) permet de faire varier la fréquence dans une gamme assez large. Nous avons choisi une éprouvette composite (A), après chaque mesure du temps d'amortissement et de la fréquence, on a coupé quelques centimètres (environ 2 cm) à chaque extrémité par raison de symétrie. Pour chaque longueur de l'éprouvette nous avons pris 10 relevés du temps t et nous avons calculé l'écart-type et l'intervalle de sécurité pour 100% de probabilité. Les résultats de cette série obtenus pour différentes longueurs de l'éprouvette pour le premier et le deuxième mode sont répertoriés sur le tableau (10) et l'évolution du frottement interne en fonction du logarithme de la fréquence est représenté sur la figure (40).

En comparant le résultat obtenu par cette méthode et celui obtenu par la méthode pendulaire, on remarque que pour la fréquence 77,8 HZ la valeur de $\text{tg } \delta$ est plus petite que celle obtenue par la méthode pendulaire à la température ambiante pour $F = 0,846$ HZ.

$\Delta \text{tg} \delta \times 10$

Fig 40

Eprouvette (A)
(2 mm aluminium + 1mm armodur + 2mm aluminium)



La courbe de variation de frottement interne en fonction de la fréquence dans l'intervalle 77,8 HZ et environ 150 HZ est légèrement décroissante. Cependant on peut supposer qu'en diminuant la fréquence à partir de $F = 77,8$ HZ, la valeur de $\text{tg } \delta$ augmente.

C O N C L U S I O N :

Le but de notre recherche est d'étudier la variation du frottement interne des matériaux composites.

1°)

E.M. Kerwin a étudié les mécanismes d'amortissement dans les structures composites, il a distingué deux mécanismes d'amortissement importants couche viscoélastique libre et couche viscoélastique contrainte. Après avoir mesuré la variation du frottement interne pour les éprouvettes avec les couches libre et contrainte, nous avons vérifié sa formule (voir chapitre I) avec nos résultats expérimentaux. Nous avons constaté que le sens de variation de cette formule est en accord avec nos résultats. Ces résultats permettent de définir la constante de proportionnalité entre η et $(H_2/H_1)^2(E_2/E_1)$.

2°)

Après cette étude nous avons constaté qu'en ajoutant une feuille de matériau viscoélastique on peut augmenter la valeur du frottement interne, tandis que la rigidité du matériau composite est environ la même que celle du métal seul. Ces résultats peuvent être utiles, dans l'industrie pour atténuer les vibrations des constructions mécaniques, ou métalliques. Si dans la construction d'un pont roulant par exemple, on ajoute une feuille de matériau viscoélastique entre les poutres ou si on fabrique les structures composites avec une couche de matériau viscoélastique le pont vibre moins que dans le cas d'une fabrication avec du métal seul.

3°)

Nous avons fabriqué des éprouvettes avec Nid d'abeille/Aluminium et Nid d'abeille/armodur et nous avons étudié la variation du frottement interne et de la rigidité en fonction de la température, nous avons constaté que la valeur du frottement interne pour ces éprouvettes est plus forte que celle du métal seul en forme rectangulaire.

Deuxièmement la valeur du rapport rigidité/poids en flexion des poutres sandwich de Nid d'abeille est beaucoup plus grande que celle du métal seul. Cette remarque peut servir dans l'industrie dans le cas où la poutre subit une flexion. Si on remplace la poutre par un élément sandwich à âme de Nid d'abeille, premièrement le poids de la structure diminue et deuxièmement la valeur du facteur d'amortissement augmente.

B L I O G R A P H I E

- (1) B.J. LAZAN Damping of materials and members in structural mechanics. Pergamon press 1968.
- (2) J.D. FAST Introduction, frottement intérieur des métaux. Le frottement intérieur des métaux, publié I.R.S.F. Saint-Germain-en-Laye, colloque 1960.
- (3) FRENDDENTHAL The inelastic behavior of engineering Materials and structure 1950, John WILEY and Sons, Inc.
- (4) J. DE FOUQUET Applications des mesures de module d'élasticité et de frottement intérieure à l'étude des matériaux. Conférence faite aux membres du GAMAC le 23 Mai 1967.
- (5) G. COLLETTE, H. FUNAKUBU, Etude de l'augmentation transitoire de frottement intérieur observée sur des cuivres de différentes puretés après recuit et trempé. Le frottement intérieur des métaux. Publié I.R.S.F. Saint-Germain-en-Laye, colloque 1960.
- (6) G. SAADA L'influence de l'amplitude de déformation sur le frottement intérieur d'éprouvettes métalliques. Publié C.N.R.M. Liège, colloque 1960.
- (7) F. DABOSI L'influence de la pureté du fer sur son amortissement interne. Publié I.R.S.F. Saint-Germain-en-Laye, colloque 1960.
- (8) J.W. KOR Le frottement intérieur dans les aciers de pureté technique. Publié C.N.R.M. Liège, colloque 1960.
- (9) T.S. KE Experimental evidence of the viscous behavior of grain boundaries in metals. Physical Review, volume 71, nombre 8, April 15, 1947.
- (10) J. HILLARD, J. DELAPLACE, A. SILVENT Etude du frottement intérieur d'alliage fer-aluminium a fort teneur en aluminium, rapport CEA-R 2954.
- (11) G.M. ASHMARIN Internal friction in Iron-Vanadium alloys at high temperatures. Moscow, steel Institut. Relaxation phenomena in metals and alloys consultants bureau New-York 1963.
- (12) Y.U. PIGUROV Internal friction in plasticity deformed solide, relaxation phenomena in metals and alloys, consultants bureau New-York 1963.

- (13) J. DELATTE Influence du cobalt sur le coefficient de diffusion du carbone et de l'azote dans la ferrite. Publié I.R.S.F. Saint-Germain-en-Laye, colloque 1960.
- (14) LE ROLLAND ET SURIN, Sur une méthode nouvelle de détermination du module d'élasticité. C.R. Acad. Sc. Paris t.196, 1932, p.536 et Revue de Métallurgie, 1933, p.112.
- (15) E. PLENARD Considérations sur le module d'élasticité et la capacité d'amortissement des fontes grises centre technique des industries de la fonderie.
- (16) D. GUITARD Etude du comportement réel des solides dans le domaine de l'élasticité conventionnelle. Thèse, Docteur ès-sciences 18 Octobre 1969 (U.Nancy).
- (17) M. GIET Compte rendu à sciences et techniques de l'armement, tome 37, 1963.
- (18) N.P. VINH-TUONG, P. SURIN - Sur la détermination du module complexe de Young et de l'amortissement des matériaux viscoélastiques par flexions alternées. Sciences et techniques de l'Armement, tome 37, 1963.
- (19) OBERST Congrès, inter.d'acoust. Stuttgart 1959 Elsevier, Amsterdam 1961, vol.1, p.351-368.
- (20) BLAND Appl.phys.Americ.dec.1955.P.1497-1503.
- (21) C. FURSTER Notice Elastomat 1012 Institut du Docteur FORSTER, Rentlingen Deutschlan W.
- (22) CABARAT Mesure des constantes élastiques des matériaux par un procédé acoustique. Compte rendu à l'Académie des Sciences, T.217, 1943. P.529.
- (23) H L'U.N.E.R.A., rapport T.P. n°604, 1966.
- (24) S.O. TSOBKALLU Detection of defects in metal structures and samples by measuring the Damping of oscillations. Relaxation phenomena in metals and alloys. Consultants bureau New-York 1963.
- (25) GAGARIN Elastic after effect in spring steels. Relaxation phenomena in metal and alloys. Consultants bureau New-York 1969.
- (26) E.M. KERWIN Macromechanisms of damping in composite structures. Internal friction damping and cyclic plasticity. A.S.T.M. Chicago Ill. June 22, 1964.

ANNEXE : TABLEAUX

E = 16 Volts

longueur = 675 mm

Mode = 1 HZ

Tableau (5)

N°	A ₁ Volts	A ₂ Volts	Fréquence HZ	t _{moyen}	tg δ × 10 ⁶
1	12	10	61,8	1,86	505
2	12	8	61,8	4,00	512
3	12	6	61,8	7,06	507
4	12	4	61,8	11,27	504
5	12	2,8	61,8	15,00	509
6	12	2	61,9	18,03	511
7	10	7,8	61,9	2,60	492
8	10	6	61,8	5,19	505
9	10	4	61,8	9,35	505
10	10	3	61,8	13,60	456
11	10	2	61,9	17,37	478
12	8	6	61,9	3,19	465
13	8	4	61,8	7,50	476
14	8	3	61,8	10,83	465
15	8	2	61,8	14,53	493
16	6,1	5	61,8	2,01	491
17	6,1	4	61,8	4,50	484
18	6,1	3	61,8	7,71	474
19	6	2	61,8	11,56	488

Eprouvette A

E = 10 Volts

A₁ = 6 Volts

A₂ = 3 Volts

Tableau (10)

N°	longueur mm	Fréquence HZ	Mode	t _{moyen}	écart type	100 % Pr t _{moyen}	100 % Pr tg δ × 10 ⁶
1	601	77,8	1	4,60	0,071	4,60 [±] 0,074	618 [±] 5,4
2	565	87,6	1	4,34	0,005	4,34 [±] 0,005	583 [±] 0,4
3	527	101,1	1	3,80	0,066	3,80 [±] 0,066	576 [±] 0,07
4	490	116,7	1	3,44	0,105	3,44 [±] 0,108	552 [±] 11
5	454	135,5	1	2,80	0,046	2,80 [±] 0,005	584 [±] 6,9
6	601	213,2	2	1,60	0,032	1,60 [±] 0,024	646 [±] 5,25
7	565	240,6	2	1,26	0,016	1,26 [±] 0,102	730 [±] 3,86
8	527	277,1	2	1,02	0,027	1,02 [±] 0,027	792 [±] 12,2
9	490	320	2	0,67	0,010	0,67 [±] 0,011	1032 [±] 8,8
10	454	371,3	2	0,38	0,015	0,38 [±] 0,011	1570 [±] 25

Eprouvette A

F = 0,846 HZ

N°	t ₀ C	T ₁ seconde	T ₂ seconde	d ₁ ×10 ³	d ₂ ×10 ³	tg δ×10 ³	E N/m ²
1	19.00	1.17054	1.17747	0.354	0.474	6.02	0.555E 11
2	26.50	1.17046	1.17754	0.328	0.463	6.61	0.641E 11
3	35.50	1.17046	1.17756	0.270	0.440	8.20	0.640E 11
4	39.50	1.17046	1.17760	0.299	0.468	8.18	0.636E 11
5	48.50	1.17047	1.17768	0.298	0.609	10.77	0.630E 11
6	57.75	1.17049	1.17799	0.281	0.751	21.40	0.605E 11
7	61.00	1.17050	1.17808	0.302	0.758	20.55	0.598E 11
8	64.00	1.17050	1.17818	0.302	0.797	22.61	0.590E 11
9	67.50	1.17050	1.17830	0.293	0.837	23.70	0.581E 11
10	70.50	1.17050	1.17838	0.293	0.868	24.89	0.575E 11
11	79.00	1.17050	1.17867	0.295	1.347	43.85	0.554E 11
12	81.00	1.17050	1.17884	0.295	1.915	66.12	0.542E 11
13	82.00	1.17050	1.17902	0.295	2.551	89.35	0.530E 11
14	82.75	1.17050	1.17920	0.295	2.932	103.28	0.519E 11
15	83.50	1.17050	1.17934	0.295	3.476	122.67	0.511E 11
16	84.50	1.17050	1.17966	0.295	4.312	149.66	0.492E 11
17	85.25	1.17050	1.17983	0.295	4.458	152.41	0.483E 11
18	87.00	1.17050	1.18063	0.295	6.065	195.26	0.444E 11
19	88.00	1.17050	1.18134	0.295	6.604	200.23	0.414E 11
20	89.25	1.17050	1.18198	0.295	6.508	196.79	0.396E 11
21	90.75	1.17050	1.18245	0.295	6.102	168.11	0.374E 11
22	93.00	1.17050	1.18324	0.295	5.123	131.65	0.350E 11
23	93.50	1.17050	1.18344	0.295	4.731	119.20	0.344E 11
24	95.00	1.17050	1.18373	0.295	3.991	97.32	0.336E 11
25	98.00	1.17050	1.18416	0.295	3.084	71.33	0.325E 11
26	103.00	1.17050	1.18452	0.295	2.405	54.94	0.317E 11
27	111.50	1.17050	1.18498	0.295	2.067	42.92	0.306E 11

Eprouvette A

F = 1,392 HZ

N°	t ₀ C	T ₁ seconde	T ₂ seconde	d ₁ ×10 ³	d ₂ ×10 ³	t _g δ×10 ³	E N/m ²
1	18.50	0.70136	0.71134	1.214	1.330	3.93	0.640F 11
2	32.00	0.70136	0.71145	1.214	1.461	5.60	0.633E 11
3	39.00	0.70136	0.71155	1.214	1.625	8.71	0.627E 11
4	48.50	0.70136	0.71167	1.214	2.124	18.43	0.619E 11
5	57.50	0.70136	0.71182	1.225	2.716	29.22	0.607F 11
6	60.75	0.70136	0.71198	1.225	2.844	31.39	0.601E 11
7	64.75	0.70136	0.71212	1.225	3.195	37.56	0.593E 11
8	70.50	0.70135	0.71236	1.248	3.633	44.36	0.580E 11
9	72.50	0.70135	0.71242	1.248	3.763	46.50	0.576E 11
10	77.00	0.70136	0.71264	1.271	4.239	53.70	0.566E 11
11	80.50	0.70136	0.71291	1.271	5.299	71.10	0.552E 11
12	82.50	0.70136	0.71316	1.271	6.957	98.02	0.540E 11
13	84.50	0.70136	0.71351	1.271	9.667	140.38	0.525E 11
14	86.50	0.70136	0.71412	1.271	14.061	203.67	0.490F 11
15	88.50	0.70136	0.71484	1.271	17.032	237.93	0.473E 11
16	89.50	0.70136	0.71551	1.271	19.795	265.54	0.452E 11
17	91.25	0.70136	0.71628	1.271	22.497	299.59	0.426E 11
18	92.50	0.70136	0.71736	1.271	24.491	296.15	0.397E 11
19	94.00	0.70136	0.71828	1.271	24.721	284.72	0.375E 11
20	95.50	0.70136	0.71908	1.271	24.152	265.35	0.358E 11
21	97.50	0.70136	0.71999	1.271	21.265	222.78	0.342E 11
22	100.00	0.70136	0.72090	1.271	17.619	173.37	0.324F 11
23	102.00	0.70136	0.72150	1.271	15.248	144.32	0.315E 11
24	105.00	0.70136	0.72210	1.271	12.701	114.97	0.305F 11
25	109.00	0.70136	0.72273	1.271	10.521	90.63	0.296F 11
26	113.00	0.70136	0.72321	1.271	9.316	77.32	0.289E 11
27	118.00	0.70136	0.72380	1.271	8.762	70.39	0.282F 11
28	123.00	0.70136	0.72538	1.271	9.605	73.40	0.263E 11

Eprouvette Aluminium

F = 0,854 HZ

N°	t _{oC}	T ₁ seconde	T ₂ seconde	d ₁ ×10 ³	d ₂ ×10 ³	tg δ×10 ³	E N/m ²
1	18.00	1.17048	1.19895	0.350	0.645	4.11	0.690E 11
2	40.50	1.17046	1.19926	0.337	0.775	5.94	0.681E 11
3	46.00	1.17044	1.19935	0.354	0.713	4.89	0.678E 11
4	52.00	1.17044	1.19943	0.354	0.743	5.34	0.676E 11
5	62.50	1.17044	1.19958	0.354	0.798	5.96	0.672E 11
6	71.50	1.17043	1.19971	0.373	0.863	6.56	0.669E 11
7	75.00	1.17043	1.19979	0.373	0.910	7.14	0.667E 11
8	80.00	1.17043	1.19986	0.373	0.935	7.45	0.665E 11
9	85.00	1.17043	1.19997	0.373	1.034	8.69	0.662E 11
10	91.50	1.17043	1.20025	0.373	1.257	11.46	0.655E 11
11	104.00	1.17042	1.20035	0.371	1.354	12.66	0.653E 11
12	110.00	1.17042	1.20048	0.371	1.423	13.42	0.650E 11
13	115.00	1.17042	1.20062	0.371	1.551	15.05	0.646E 11
14	120.50	1.17042	1.20074	0.371	1.676	16.56	0.643E 11
15	126.00	1.17042	1.20093	0.371	1.805	18.08	0.633E 11

Eprouvette P (armodur) F = 0,835 HZ

N°	t _o C	T ₁ seconde	T ₂ seconde	d ₁ ×10 ³	d ₂ ×10 ³	tg δ×10 ³	E N/m ²
1	15.50	1.17043	1.19154	0.270	1.620	23.40	0.258E 10
2	25.00	1.17048	1.19250	0.270	1.273	16.72	0.246E 10
3	30.50	1.17048	1.19320	0.270	1.237	15.68	0.237E 10
4	35.50	1.17048	1.19390	0.270	1.332	17.77	0.230E 10
5	41.25	1.17052	1.19515	0.276	1.640	20.57	0.218E 10
6	48.00	1.17052	1.19620	0.276	1.831	22.60	0.208E 10
7	52.60	1.17052	1.19784	0.276	2.632	32.39	0.194E 10
8	57.50	1.17053	1.20118	0.271	5.815	68.91	0.171E 10
9	59.50	1.17053	1.20317	0.271	8.646	98.73	0.160E 10

Eprouvette B₁

F = 0,847 HZ

N ^o	t _{oC}	T ₁ seconde	T ₂ seconde	d ₁ ×10 ³	d ₂ ×10 ³	tg δ×10 ³	E N/m ²
1	19.00	1.17058	1.17756	0.210	0.301	4.52	0.569E 11
2	32.50	1.17058	1.17760	0.210	0.328	5.80	0.563E 11
3	34.00	1.17058	1.17770	0.210	0.332	5.95	0.558E 11
4	35.00	1.17058	1.17768	0.210	0.336	6.12	0.559E 11
5	38.00	1.17058	1.17775	0.210	0.350	6.75	0.556E 11
6	39.00	1.17058	1.17775	0.210	0.352	6.84	0.554E 11
7	44.00	1.17058	1.17795	0.213	0.409	9.09	0.538E 11
8	47.50	1.17058	1.17804	0.213	0.510	13.57	0.532E 11
9	51.50	1.17058	1.17818	0.213	0.703	21.93	0.522E 11
10	52.50	1.17058	1.17826	0.213	0.775	24.88	0.516E 11
11	57.00	1.17058	1.17853	0.214	1.216	42.85	0.498E 11
12	62.00	1.17058	1.17904	0.214	2.066	74.53	0.467E 11
13	65.00	1.17058	1.17964	0.214	3.006	105.16	0.436E 11
14	66.00	1.17058	1.17966	0.214	3.046	106.46	0.435E 11
15	70.00	1.17058	1.18036	0.214	3.733	123.19	0.402E 11
16	73.00	1.17058	1.18090	0.214	3.870	121.62	0.381E 11
17	76.00	1.17059	1.18136	0.219	3.727	112.03	0.364E 11
18	78.00	1.17059	1.18156	0.219	3.521	103.68	0.357E 11
19	83.50	1.17059	1.18228	0.219	3.372	93.25	0.335E 11
20	90.50	1.17060	1.18276	0.217	3.188	84.69	0.321E 11
21	94.00	1.17060	1.18296	0.217	2.830	73.36	0.316E 11
22	100.50	1.17060	1.18318	0.217	2.428	61.06	0.310E 11
23	108.00	1.17060	1.18350	0.217	2.306	56.36	0.302E 11
24	118.00	1.17060	1.18422	0.217	2.210	51.13	0.285E 11

Eprouvette B₂

F = 0,849 HZ

N°	t ₀ C	T ₁ seconde	T ₂ seconde	d ₁ ×10 ³	d ₂ ×10 ³	tg δ×10 ³	E N/m ²
1	20.00	1.17052	1.17494	0.216	0.205	6.06	0.424E 11
2	32.00	1.17050	1.17498	0.180	0.205	8.00	0.418E 11
3	37.50	1.17052	1.17495	0.187	0.306	9.97	0.423E 11
4	40.00	1.17054	1.17499	0.198	0.323	9.45	0.421E 11
5	46.00	1.17054	1.17510	0.199	0.378	13.21	0.410E 11
6	54.00	1.17055	1.17554	0.192	0.853	44.34	0.374E 11
7	59.50	1.17055	1.17596	0.192	1.790	99.05	0.345E 11
8	62.00	1.17055	1.17614	0.192	2.057	111.94	0.334E 11
9	64.50	1.17055	1.17658	0.192	2.356	120.65	0.309E 11
10	68.00	1.17055	1.17676	0.192	2.497	124.87	0.300E 11
11	71.00	1.17058	1.17722	0.219	2.561	118.95	0.280E 11
12	73.50	1.17058	1.17754	0.219	2.316	101.79	0.267E 11
13	75.00	1.17058	1.17762	0.219	2.169	93.61	0.263E 11
14	77.50	1.17058	1.17784	0.219	1.970	81.62	0.255E 11
15	79.00	1.17058	1.17792	0.219	1.874	76.35	0.252E 11
16	81.00	1.17058	1.17804	0.219	1.622	63.75	0.248E 11
17	84.00	1.17062	1.17820	0.219	1.562	59.64	0.242E 11
18	86.00	1.17062	1.17832	0.219	1.454	54.45	0.240E 11
19	88.50	1.17062	1.17840	0.219	1.282	46.40	0.238E 11
20	90.50	1.17062	1.17844	0.219	1.201	42.07	0.237E 11
21	95.50	1.17062	1.17856	0.217	1.008	33.91	0.233E 11
22	101.00	1.17062	1.17864	0.217	0.913	29.54	0.230E 11
23	106.50	1.17064	1.17874	0.255	0.929	28.36	0.228E 11
24	112.00	1.17064	1.17902	0.255	0.932	27.69	0.220E 11
25	117.00	1.17064	1.17922	0.255	0.938	27.23	0.215E 11

Eprouvette B₃

F = 0,852 HZ

N°	t ₀ C	T ₁ seconde	T ₂ seconde	d ₁ ×10 ³	d ₂ ×10 ³	tg δ×10 ³	E N/m ²
1	22.50	1.17018	1.17262	0.246	0.271	3.53	0.483E 11
2	40.00	1.17018	1.17268	0.246	0.291	6.11	0.477E 11
3	49.00	1.17018	1.17271	0.245	0.317	9.52	0.472E 11
4	62.75	1.17018	1.17292	0.235	0.549	37.57	0.435E 11
5	65.25	1.17018	1.17315	0.247	0.734	55.11	0.401E 11
6	67.50	1.17018	1.17322	0.245	0.826	63.07	0.393E 11
7	70.00	1.17019	1.17320	0.245	0.985	79.26	0.388E 11
8	72.00	1.17019	1.17330	0.245	1.125	93.82	0.383E 11
9	73.00	1.17019	1.17340	0.245	1.325	111.04	0.371E 11
10	75.00	1.17019	1.17355	0.245	1.532	127.19	0.354E 11
11	76.00	1.17019	1.17362	0.245	1.643	133.04	0.341E 11
12	77.50	1.17019	1.17374	0.244	1.678	134.28	0.335E 11
13	79.75	1.17019	1.17394	0.252	1.678	126.40	0.317E 11
14	82.25	1.17019	1.17420	0.256	1.665	117.93	0.290E 11
15	88.25	1.17019	1.17435	0.255	1.583	100.30	0.285E 11
16	94.75	1.17019	1.17446	0.256	1.459	93.89	0.278E 11
17	103.50	1.17019	1.17454	0.256	1.227	74.45	0.273E 11
18	111.50	1.17019	1.17479	0.256	1.106	61.72	0.257E 11
19	119.50	1.17019	1.17484	0.256	1.090	60.41	0.255E 11
20	124.50	1.17019	1.17490	0.256	1.114	60.90	0.251E 11

Eprouvette P₄

F = 0,854 HZ

N°	t ₀ C	T ₁ seconde	T ₂ seconde	d ₁ ×10 ³	d ₂ ×10 ³	tg δ×10 ³	E N/m ²
1	10.50	1.17045	1.17216	0.271	0.292	4.26	0.350F 11
2	24.50	1.17045	1.17216	0.272	0.301	5.72	0.350F 11
3	52.50	1.17045	1.17217	0.277	0.300	6.25	0.348E 11
4	39.00	1.17046	1.17217	0.285	0.317	6.30	0.350E 11
5	45.50	1.17046	1.17220	0.288	0.320	7.97	0.344E 11
6	53.50	1.17046	1.17224	0.296	0.411	21.48	0.336E 11
7	58.50	1.17047	1.17240	0.316	0.488	29.22	0.310E 11
8	62.00	1.17048	1.17244	0.317	0.562	41.37	0.305E 11
9	65.00	1.17048	1.17245	0.317	0.634	53.12	0.304E 11
10	68.00	1.17048	1.17262	0.318	0.932	94.79	0.273E 11
11	72.50	1.17050	1.17266	0.320	1.141	124.35	0.277E 11
12	76.25	1.17049	1.17288	0.326	1.202	121.19	0.258F 11
13	80.50	1.17049	1.17305	0.326	1.161	108.02	0.233E 11
14	85.50	1.17051	1.17324	0.337	1.103	93.19	0.218F 11
15	90.50	1.17051	1.17344	0.367	0.987	79.20	0.203F 11
16	94.50	1.17051	1.17354	0.377	0.907	58.21	0.197F 11
17	101.50	1.17051	1.17415	0.368	0.857	44.84	0.183F 11
18	107.50	1.17051	1.17442	0.388	0.798	36.83	0.152E 11
19	118.00	1.17051	1.17483	0.355	0.776	32.68	0.137E 11
20	122.00	1.17051	1.17491	0.355	0.787	32.82	0.135F 11

Eprouvette B₁

F = 1,396 HZ

N°	t _{0C}	T ₁ seconde	T ₂ seconde	d ₁ ×10 ³	d ₂ ×10 ³	tg δ×10 ³	E N/m ²
1	18.50	0.70121	0.71125	1.307	1.570	6.01	0.557E 11
2	24.00	0.70121	0.71127	1.307	1.604	6.68	0.556E 11
3	30.50	0.70121	0.71131	1.307	1.622	7.21	0.554E 11
4	35.50	0.70121	0.71137	1.307	1.651	7.56	0.553E 11
5	41.50	0.70120	0.71147	1.351	1.785	9.28	0.544E 11
6	48.50	0.70120	0.71192	1.351	2.360	10.75	0.521E 11
7	53.00	0.70120	0.71230	1.351	3.030	31.30	0.503E 11
8	57.25	0.70120	0.71298	1.351	5.256	67.79	0.474E 11
9	59.50	0.70119	0.71321	1.396	6.699	90.06	0.464E 11
10	61.50	0.70119	0.71352	1.396	8.054	110.15	0.453E 11
11	64.00	0.70119	0.71382	1.396	10.760	151.08	0.442E 11
12	71.00	0.70119	0.71525	1.396	15.930	211.23	0.396E 11
13	73.75	0.70119	0.71598	1.431	17.405	221.16	0.377E 11
14	76.50	0.70119	0.71661	1.431	18.414	226.87	0.361E 11
15	81.25	0.70119	0.71794	1.431	18.608	203.95	0.332E 11
16	84.50	0.70119	0.71872	1.431	17.002	183.58	0.317E 11
17	92.00	0.70122	0.72005	1.464	15.160	151.11	0.295E 11
18	98.00	0.70122	0.72035	1.464	12.637	123.79	0.290E 11
19	104.00	0.70122	0.72064	1.464	11.483	107.04	0.285E 11
20	110.00	0.70122	0.72108	1.464	11.237	102.64	0.270E 11
21	122.00	0.70122	0.72143	1.464	11.183	100.53	0.274E 11
22	124.00	0.70122	0.72152	1.464	11.082	99.19	0.273E 11

Eprouvette B₂

F = 1,404 HZ

N°	t _{0C}	T ₁ seconde	T ₂ seconde	d ₁ ×10 ³	d ₂ ×10 ³	tg δ×10 ³	E N/m ²
1	18.50	0.70121	0.70742	1.246	1.452	7.30	0.422E 11
2	24.50	0.70121	0.70743	1.246	1.430	6.86	0.421E 11
3	34.00	0.70121	0.70745	1.246	1.471	7.88	0.420E 11
4	42.00	0.70121	0.70759	1.246	1.606	11.94	0.411E 11
5	49.00	0.70120	0.70806	1.302	2.754	42.93	0.382E 11
6	54.75	0.70120	0.70850	1.302	4.300	82.71	0.359E 11
7	59.50	0.70120	0.70902	1.302	6.720	139.22	0.335E 11
8	61.50	0.70120	0.70928	1.302	8.475	178.31	0.324E 11
9	64.00	0.70120	0.70972	1.302	9.567	195.92	0.307E 11
10	67.00	0.70120	0.71018	1.302	11.052	218.49	0.291E 11
11	70.00	0.70120	0.71067	1.302	11.942	226.78	0.276E 11
12	73.25	0.70120	0.71124	1.316	12.473	224.29	0.260E 11
13	76.50	0.70120	0.71188	1.316	12.101	204.27	0.244E 11
14	80.00	0.70120	0.71242	1.316	11.060	176.22	0.232E 11
15	86.00	0.70120	0.71320	1.316	9.245	133.48	0.216E 11
16	95.50	0.70119	0.71422	1.339	7.519	97.02	0.200E 11
17	100.00	0.70119	0.71465	1.339	7.345	91.44	0.193E 11
18	107.00	0.70119	0.71498	1.339	7.366	89.67	0.189E 11
19	111.00	0.70119	0.71504	1.339	7.352	89.08	0.188E 11
20	114.50	0.70119	0.71519	1.339	7.271	87.01	0.186E 11
21	123.00	0.70119	0.71558	1.339	7.270	84.75	0.181E 11

Eprouvette B₃

F = 1,424 HZ

N°	t ₀ C	T ₁ seconde	T ₂ seconde	d ₁ ×10 ³	d ₂ ×10 ³	tg δ×10 ³	L N/m ²
1	20.50	0.70120	0.70473	1.482	1.565	5.49	0.471E 11
2	29.00	0.70120	0.70475	1.482	1.532	6.93	0.468E 11
3	35.50	0.70120	0.70476	1.482	1.607	7.79	0.467E 11
4	43.00	0.70120	0.70479	1.482	1.621	11.80	0.463E 11
5	53.00	0.70120	0.70530	1.482	2.311	49.85	0.405E 11
6	55.50	0.70120	0.70541	1.482	2.521	54.50	0.304E 11
7	58.00	0.70119	0.70556	1.503	3.091	72.70	0.380E 11
8	60.50	0.70119	0.70564	1.503	3.783	102.21	0.373E 11
9	63.50	0.70119	0.70582	1.503	4.473	127.92	0.350E 11
10	69.00	0.70119	0.70618	1.503	6.271	190.32	0.333E 11
11	73.50	0.70119	0.70638	1.503	7.460	220.47	0.308E 11
12	77.50	0.70119	0.70698	1.503	8.921	224.67	0.280E 11
13	82.50	0.70119	0.70740	1.503	7.577	195.46	0.267E 11
14	88.00	0.70119	0.70777	1.503	6.791	160.93	0.252E 11
15	94.00	0.70119	0.70799	1.527	5.628	122.83	0.244E 11
16	100.50	0.70119	0.70817	1.527	5.370	110.22	0.237E 11
17	108.00	0.70119	0.70849	1.527	5.395	106.62	0.227E 11
18	116.00	0.70119	0.70865	1.527	5.287	101.50	0.222E 11
19	121.00	0.70119	0.70891	1.527	5.471	102.96	0.214E 11

Eprouvette B₄

F = 1,420 HZ

N°	t °C	T ₁ seconde	T ₂ seconde	d ₁ × 10 ³	d ₂ × 10 ³	tg δ × 10 ³	E N/m ²
1	21.00	0.70114	0.70351	1.674	1.777	9.47	0.351E 11
2	29.00	0.70114	0.70352	1.679	1.811	11.84	0.350E 11
3	37.50	0.70114	0.70353	1.679	1.822	12.75	0.348E 11
4	44.50	0.70114	0.70354	1.710	1.885	15.29	0.347E 11
5	50.00	0.70113	0.70359	1.741	2.026	23.81	0.339E 11
6	61.25	0.70113	0.70382	1.741	2.628	55.34	0.309E 11
7	64.00	0.70113	0.70390	1.741	3.065	95.18	0.301E 11
8	68.25	0.70113	0.70403	1.741	3.783	130.76	0.287E 11
9	72.25	0.70113	0.70413	1.741	4.363	173.32	0.277E 11
10	77.50	0.70113	0.70433	1.741	4.642	179.83	0.260E 11
11	80.00	0.70113	0.70440	1.741	4.495	167.16	0.254E 11
12	84.00	0.70113	0.70447	1.741	3.972	132.83	0.249E 11
13	90.00	0.70115	0.70456	1.741	3.389	96.37	0.244E 11
14	98.25	0.70115	0.70467	1.741	2.940	68.23	0.236E 11
15	105.00	0.70115	0.70526	1.741	2.978	60.49	0.202E 11
16	110.00	0.70115	0.70545	1.741	3.010	59.39	0.193E 11
17	115.25	0.70115	0.70550	1.741	3.050	60.51	0.191E 11
18	124.00	0.70115	0.70556	1.741	3.053	59.85	0.188E 11

Eprouvette C₁

F = 0,831 HZ

N°	t ₀ C	T ₁ seconde	T ₂ seconde	d ₁ ×10 ³	d ₂ ×10 ³	tg δ×10 ³	$\frac{L}{N/m^2}$
1	20.50	1.17056	1.18660	0.289	1.607	29.25	0.682E 10
2	29.00	1.17056	1.18762	0.312	2.252	40.50	0.639E 10
3	36.00	1.17057	1.18920	0.308	3.501	61.06	0.582E 10
4	44.50	1.17057	1.19325	0.308	6.761	104.44	0.471E 10
5	46.00	1.17057	1.19415	0.308	7.431	111.41	0.452E 10
6	46.70	1.17057	1.19445	0.308	7.644	113.48	0.446E 10
7	47.60	1.17057	1.19512	0.308	8.122	117.99	0.432E 10
8	50.00	1.17058	1.19670	0.332	9.059	124.91	0.404E 10
9	51.50	1.17058	1.19750	0.332	9.421	126.77	0.391E 10
10	52.50	1.17058	1.19825	0.332	9.672	127.27	0.379E 10
11	54.25	1.17058	1.19950	0.332	10.143	128.79	0.361E 10
12	56.10	1.17058	1.20064	0.332	10.351	127.33	0.346E 10
13	57.50	1.17058	1.20164	0.332	10.546	126.33	0.334E 10
14	60.50	1.17058	1.20335	0.342	10.720	122.85	0.314E 10
15	63.00	1.17058	1.20466	0.342	10.674	118.48	0.301E 10
16	67.00	1.17058	1.20638	0.342	10.375	110.61	0.285E 10
17	70.00	1.17058	1.20770	0.342	9.895	102.35	0.273E 10
18	74.00	1.17058	1.20915	0.342	9.804	98.40	0.261E 10
19	79.50	1.17058	1.21080	0.342	9.674	93.97	0.249E 10
20	84.00	1.17058	1.21230	0.342	9.928	93.88	0.239E 10
21	88.50	1.17053	1.21380	0.308	10.228	94.50	0.229E 10
22	93.00	1.17053	1.21520	0.308	10.021	90.39	0.221E 10
23	96.00	1.17053	1.21620	0.308	10.017	88.91	0.215E 10
24	104.00	1.17053	1.21740	0.308	9.973	86.87	0.208E 10
25	105.00	1.17053	1.21846	0.308	9.724	83.30	0.203E 10

Eprouvette C₂

F = 0,846 HZ

N°	t ₀ C	T ₁ seconde	T ₂ seconde	d ₁ ×10 ³	d ₂ ×10 ³	tg δ×10 ³	E N/m ²
1	23.00	1.17050	1.17620	0.371	0.876	29.88	0.663E 10
2	28.25	1.17050	1.17642	0.371	1.068	39.69	0.638E 10
3	38.75	1.17050	1.17745	0.319	1.780	71.41	0.541E 10
4	42.50	1.17050	1.17816	0.319	2.481	95.74	0.490E 10
5	47.00	1.17050	1.17822	0.319	3.143	110.39	0.429E 10
6	50.50	1.17050	1.18012	0.330	3.657	118.34	0.388E 10
7	53.50	1.17050	1.18090	0.330	3.923	118.69	0.358E 10
8	57.25	1.17050	1.18183	0.330	4.051	113.34	0.327E 10
9	62.75	1.17050	1.18263	0.330	4.052	106.33	0.305E 10
10	65.50	1.17050	1.18320	0.330	3.959	99.30	0.280E 10
11	68.00	1.17050	1.18362	0.330	3.841	93.21	0.281E 10
12	72.25	1.17051	1.18415	0.327	3.751	87.68	0.270E 10
13	77.50	1.17051	1.18480	0.327	3.683	82.29	0.257E 10
14	82.50	1.17051	1.18542	0.327	3.791	81.77	0.246E 10
15	86.50	1.17051	1.18592	0.327	3.742	78.10	0.237E 10
16	91.00	1.17053	1.18635	0.345	3.635	73.46	0.231E 10
17	94.50	1.17053	1.18670	0.345	3.459	68.38	0.225E 10
18	99.00	1.17053	1.18702	0.345	3.279	63.03	0.221E 10
19	105.00	1.17053	1.18743	0.345	3.100	57.95	0.215E 10
20	110.00	1.17053	1.18770	0.345	2.863	52.22	0.212E 10

Eprouvette C₁

F = 1,323 HZ

N°	t °C	T ₁ seconde	T ₂ seconde	d ₁ × 10 ³	d ₂ × 10 ³	tg δ × 10 ³	E N/m ²
1	18.50	0.70140	0.72632	1.328	7.143	42.97	0.627E 10
2	29.50	0.70140	0.72927	1.328	12.978	80.75	0.559E 10
3	33.60	0.70140	0.73007	1.328	14.867	101.56	0.543E 10
4	38.00	0.70140	0.73204	1.328	18.053	118.06	0.507E 10
5	41.00	0.70140	0.73389	1.328	22.500	142.63	0.479E 10
6	43.00	0.70140	0.73500	1.328	26.509	159.71	0.448E 10
7	46.25	0.70140	0.73885	1.328	32.525	184.08	0.412E 10
8	50.00	0.70146	0.74360	1.394	40.737	209.81	0.364E 10
9	53.20	0.70146	0.74745	1.394	45.482	218.52	0.332E 10
10	56.50	0.70146	0.75148	1.394	46.144	207.15	0.303E 10
11	59.70	0.70146	0.75498	1.394	46.726	198.85	0.282E 10
12	62.60	0.70146	0.75816	1.394	44.984	182.86	0.265E 10
13	65.50	0.70146	0.76075	1.394	43.268	169.82	0.252E 10
14	69.50	0.70146	0.76360	1.394	40.037	151.39	0.240E 10
15	74.00	0.70151	0.76625	1.394	40.288	147.87	0.229E 10
16	77.50	0.70151	0.76830	1.500	41.291	147.98	0.222E 10
17	81.50	0.70151	0.77025	1.500	41.212	144.71	0.215E 10
18	86.50	0.70151	0.77280	1.500	43.515	149.21	0.206E 10
19	90.50	0.70151	0.77485	1.500	42.422	142.57	0.200E 10
20	94.50	0.70151	0.77686	1.500	43.267	142.88	0.194E 10
21	100.00	0.70151	0.77972	1.500	42.624	130.88	0.186E 10
22	106.25	0.70151	0.78206	1.500	37.818	119.11	0.179E 10
23	110.00	0.70151	0.78322	1.500	35.956	112.08	0.177E 10

Eprouvette C₂

F = 1,386 HZ

N°	t ₀ C	T ₁ seconde	T ₂ seconde	d ₁ ×10 ³	d ₂ ×10 ³	tg δ×10 ³	E N/m ²
1	19.00	0.70140	0.71067	1.354	3.897	55.84	0.571E 10
2	24.75	0.70138	0.71109	1.367	4.897	73.86	0.565E 10
3	34.00	0.70140	0.71206	1.367	7.341	113.75	0.496E 10
4	39.50	0.70140	0.71333	1.367	10.200	150.59	0.443E 10
5	41.80	0.70140	0.71427	1.367	13.123	186.12	0.410E 10
6	45.50	0.70140	0.71552	1.367	16.138	213.83	0.373E 10
7	49.00	0.70140	0.71702	1.367	18.169	220.86	0.337E 10
8	52.30	0.70140	0.71851	1.367	18.512	206.74	0.307E 10
9	55.25	0.70140	0.71975	1.367	19.540	205.13	0.286E 10
10	58.50	0.70140	0.72110	1.367	19.589	192.46	0.266E 10
11	61.50	0.70140	0.72226	1.367	19.286	179.44	0.251E 10
12	65.50	0.70140	0.72353	1.367	18.759	164.92	0.236E 10
13	70.00	0.70140	0.72449	1.367	17.891	150.70	0.228E 10
14	74.00	0.70140	0.72532	1.367	18.487	151.13	0.218E 10
15	79.00	0.70140	0.72654	1.367	18.443	144.04	0.207E 10
16	85.00	0.70140	0.72784	1.367	19.042	142.30	0.197E 10
17	93.00	0.70140	0.72928	1.367	18.378	130.66	0.186E 10
18	96.50	0.70140	0.72992	1.367	17.798	123.69	0.182E 10
19	105.00	0.70140	0.73114	1.367	15.731	104.25	0.174E 10
20	112.00	0.70140	0.73194	1.367	14.620	94.02	0.170E 10

NOM DE L'ETUDIANT : EMAMIAN Abdolhossein

Nature de la thèse : DOCTEUR INGENIEUR

Vu, Approuvé

et permis d'imprimer

NANCY, le 14 juin 1971

Le Président du Conseil de l'Université de NANCY I

